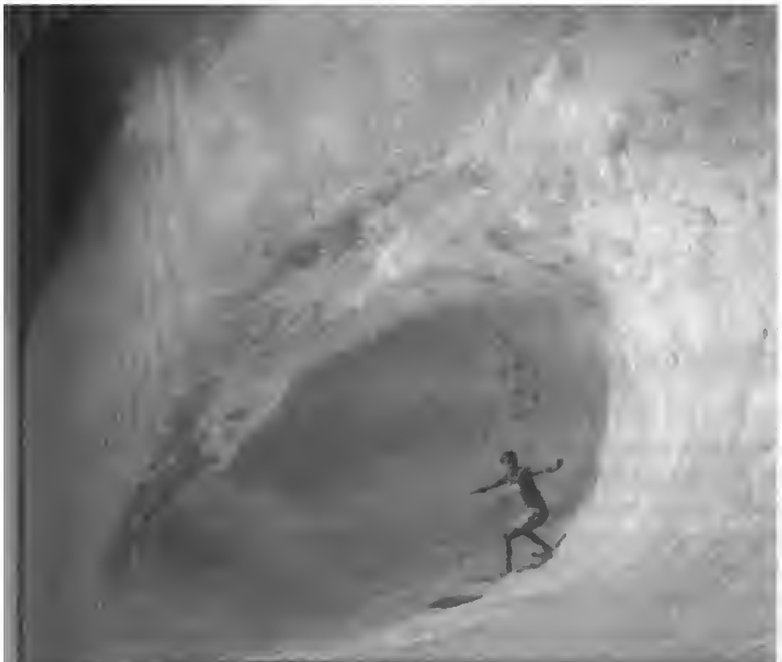


Las olas combinan propiedades de las ondas transversales y longitudinales. Con el equilibrio y el ritmo adecuados, un surfista puede capturar una ola y dar un paseo en ella. (© Rick Doyle/Corbis)

16.1 Propagación de una perturbación

16.2 El modelo de onda progresiva

16.3 La rapidez de ondas en cuerdas

16.4 Reflexión y transmisión

16.5 Rapidez de transferencia de energía mediante ondas sinusoidales en cuerdas

16.6 La ecuación de onda lineal

16 Movimiento ondulatorio

Al ser niños la mayoría de las personas observó lo que es una onda, cuando soltaron una piedra en un estanque. En el punto donde la piedra choca con la superficie del agua, se crean ondas. Estas ondas se mueven hacia fuera, a partir del punto de creación, en círculos que se expanden hasta que alcanzan la orilla. Si usted estudiara con detenimiento el movimiento de un pequeño objeto que flota sobre el agua perturbada, verá que el objeto se mueve vertical y horizontalmente en torno a su posición original, pero no experimenta ningún desplazamiento neto desde o hacia el punto donde la piedra golpea el agua. Los pequeños elementos del agua en contacto con el objeto, así como todos los otros elementos del agua sobre la superficie del estanque, se comportan de la misma forma. La *onda* del agua se mueve desde el punto de origen hacia la orilla, pero el agua no se va con ella.

El mundo está lleno de ondas, los dos tipos principales son las ondas *mecánicas* y las ondas *electromagnéticas*. En el caso de las ondas mecánicas, algunos medios físicos se perturban; en el ejemplo de la piedra, los elementos del agua se perturban. Las ondas electromagnéticas no requieren un medio para propagarse; algunos ejemplos de ondas electromagnéticas son la luz visible, las ondas de radio, las señales de televisión y los rayos X. En esta parte del libro sólo se estudiarán las ondas mecánicas.

Considere de nuevo el pequeño objeto que flota sobre el agua. Se hizo que el objeto se moviera en un punto en el agua al dejar caer una piedra en otra posición. El objeto ganó energía cinética a causa de esta acción, así que la energía se debió transferir desde

el punto donde se dejó caer la piedra hasta la posición del objeto. Esta característica es central del movimiento ondulatorio: la *energía* se transfiere a través de una distancia, pero la *materia* no.

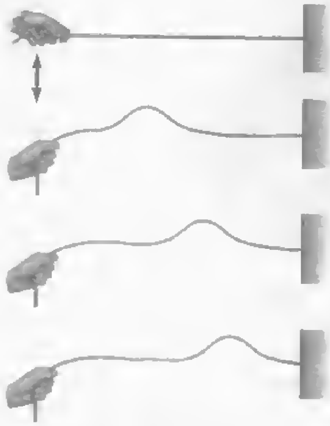


Figura 16.1 Un pulso viaja por una cuerda estirada. La forma del pulso es aproximadamente invariable mientras viaja a lo largo de la cuerda.

16.1 Propagación de una perturbación

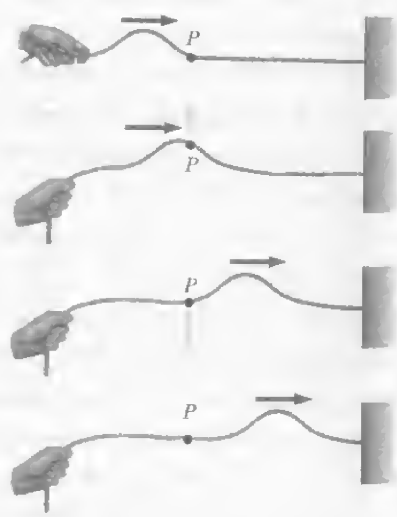
En la introducción a este capítulo se refirió a la esencia del movimiento ondulatorio: la transferencia de energía a través del espacio sin la transferencia de materia. En la lista de mecanismos de transferencia de energía del capítulo 8, las ondas mecánicas y la radiación electromagnética, dependen de las ondas. En contraste, en otro mecanismo, la transferencia de materia, la transferencia de energía está acompañada por un movimiento de materia a través del espacio.

Todas las ondas mecánicas requieren 1) alguna fuente de perturbación, 2) un medio que contenga elementos que sean factibles de perturbación y 3) algún mecanismo físico a partir del cual los elementos del medio puedan influirse mutuamente. Una forma de demostrar el movimiento ondulatorio es sacudir un extremo de una larga cuerda que esté bajo tensión y tenga su extremo opuesto fijo como se muestra en la figura 16.1. De esta forma, se crea un solo "chichón" (llamado *pulso*) que viaja a lo largo de la cuerda con una rapidez definida. La figura 16.1 representa cuatro "instantáneas" consecutivas de la creación y propagación del pulso viajero. La cuerda es el medio a través del cual viaja el pulso; éste alcanza una altura y una rapidez de propagación definidas a lo largo del medio (la cuerda). La forma del pulso cambia muy poco a medida que viaja a lo largo de la cuerda.[1]

El primer enfoque será sobre un pulso que viaja a través de un medio. Una vez que se explore el comportamiento de un pulso, la atención se dirigirá a una *onda*, que es una perturbación *periódica* que viaja a través de un medio. Al sacudir el extremo de la cuerda una vez, se crea un pulso en ella, como en la figura 16.1. Si se moviera el extremo de la cuerda hacia arriba y hacia abajo repetidamente, se crearía una onda viajera con las características que no tiene un pulso. Estas características se explorarán en la sección 16.2.

A medida que viaja el pulso de la figura 16.1, cada elemento perturbado de la cuerda se mueve en una dirección *perpendicular* a la dirección de propagación. La figura 16.2 ilustra este punto para un elemento particular, etiquetado *P*. Note que ninguna parte de la cuerda se mueve alguna vez en la dirección de la propagación. Una onda viajera o pulso que

Figura 16.2 Un pulso transversal viaja sobre una cuerda estirada. La dirección de movimiento de cualquier elemento *P* de la cuerda (flechas azules) es perpendicular a la dirección de propagación (flechas rojas).



[1] En realidad, el pulso cambia de forma y gradualmente se dispersa durante el movimiento. Este efecto, llamado *dispersión*, es común a muchas ondas mecánicas, así como a ondas electromagnéticas. En este capítulo no se considera la dispersión.

Figura 16.3 Un pulso longitudinal a lo largo de un resorte estirado. El desplazamiento de las espiras es paralelo a la dirección de la propagación.

hace que los elementos del medio perturbado se muevan perpendiculares a la dirección de propagación se llama **onda transversal**.

Compare esta onda con otro tipo de pulso, uno que se mueve por un largo resorte estirado, como se muestra en la figura 16.3. El extremo izquierdo del resorte recibe un ligero empuje hacia la derecha y después recibe un ligero jalón hacia la izquierda. Este movimiento crea una súbita compresión de una región de las espiras. La región comprimida viaja a lo largo del resorte (a la derecha en la figura 16.3). Observe que la dirección del desplazamiento de las espiras es *paralela* a la dirección de propagación de la región comprimida. Una onda viajera o pulso que mueve a los elementos del medio en paralelo a la dirección de propagación se llama **onda longitudinal**.

Las ondas sonoras, que se explicarán en el capítulo 17, son otro ejemplo de ondas longitudinales. La perturbación en una onda sonora es una serie de regiones de alta y baja presiones que viajan en el aire.

Algunas ondas en la naturaleza muestran una combinación de desplazamientos transversales y longitudinales. Las ondas en la superficie del agua son un buen ejemplo. Cuando una onda acuática viaja sobre la superficie del agua profunda, los elementos del agua en la superficie se mueven en trayectorias casi circulares, como se muestra en la figura 16.4. La perturbación tiene componentes tanto transversales como longitudinales. Los desplazamientos transversales que se ven en la figura 16.4 representan las variaciones en posición vertical de los elementos del agua. Los desplazamientos longitudinales representan elementos de agua móvil de atrás para adelante en una dirección horizontal.

Las ondas tridimensionales que viajan desde un punto abajo de la superficie de la Tierra donde se presenta un terremoto, son de ambos tipos, transversales y longitudinales. Las ondas longitudinales son las más rápidas de las dos y viajan con magnitudes de velocidad en el intervalo de 7 a 8 km/s cerca de la superficie. Se llaman **ondas P**, donde "P" es por *primarias*, porque viajan más rápido que las ondas transversales y llegan primero a un sismógrafo (el dispositivo que se usa para detectar ondas debidas a terremotos). Las ondas transversales más lentas, llamadas **ondas S**, donde "S" es para *secundarias*, viajan a través de la Tierra a 4 o 5 km/s cerca de la superficie. Al registrar en un sismógrafo el intervalo de tiempo entre las llegadas de estos dos tipos de ondas, se determina la distancia desde el sismógrafo al punto de origen de las ondas. Una sola medición establece una esfera imaginaria con centro en el sismógrafo, donde el radio de la esfera se determina mediante la diferencia en los tiempos de llegada de las ondas P y S. El origen de las ondas se ubica en alguna parte sobre dicha esfera. Las esferas imaginarias desde tres o más estaciones de monitoreo, ubicadas muy separadas unas de otras, se intersecan en una región de la Tierra, y esta región es donde se presentó el terremoto.

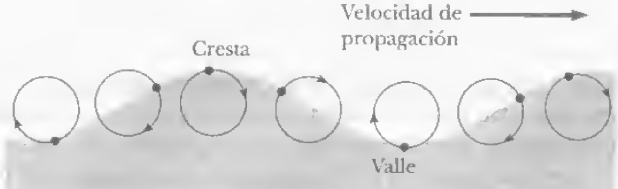


Figura 16.4 El movimiento de los elementos del agua, situados sobre la superficie del agua profunda, en la que una onda se propaga es una combinación de desplazamientos transversales y longitudinales. El resultado es que los elementos en la superficie se mueven en trayectorias casi circulares. Cada elemento se desplaza tanto horizontal como verticalmente desde su posición de equilibrio.

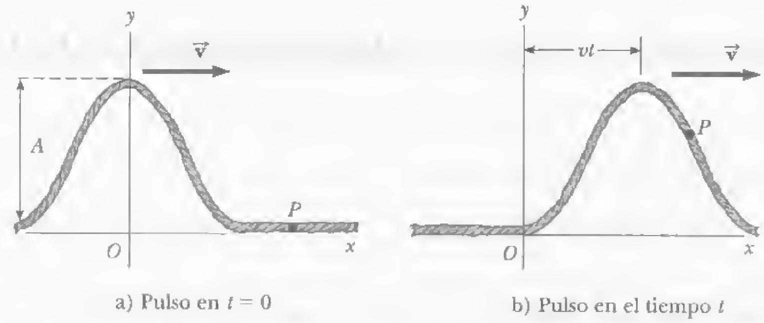


Figura 16.5 Un pulso unidimensional que viaja hacia la derecha con una rapidez v. a) En $t = 0$, la forma del pulso se conoce por $y = f(x)$. b) En algún tiempo posterior t, la forma permanece invariable y la posición vertical de un elemento del medio en cualquier punto P se conoce por $y = f(x - vt)$.

Considere un pulso que viaja hacia la derecha en una cuerda larga, como se muestra en la figura 16.5. La figura 16.5a representa la forma y posición del pulso en el tiempo $t = 0$. En este tiempo, la forma del pulso, cualquiera que sea, se puede representar mediante alguna función matemática que se escribirá como $y(x, 0) = f(x)$. Esta función describe la posición transversal y del elemento de la cuerda ubicado en cada valor de x en el tiempo $t = 0$. Ya que la rapidez del pulso es v, el pulso viajó hacia la derecha una distancia vt en el tiempo t (figura 16.5b). Se supone que la forma del pulso no cambia con el tiempo. Por lo tanto, en el tiempo t, la forma del pulso es la misma que tenía en el tiempo $t = 0$, como en la figura 16.5a. En consecuencia, un elemento de la cuerda en x en este tiempo tiene la misma posición y que un elemento ubicado en $x - vt$ tenía en el tiempo $t = 0$:

$$y(x, t) = y(x - vt, 0)$$

En general, después, se representa la posición transversal y para todas las posiciones y tiempos, medida en un marco estable con el origen en O, como

Pulso que viaja hacia la derecha ▶

$$y(x, t) = f(x - vt) \tag{16.1}$$

De igual modo, si el pulso viaja hacia la izquierda, las posiciones transversales de los elementos de la cuerda se describen mediante

Pulso que viaja hacia la izquierda ▶

$$y(x, t) = f(x + vt) \tag{16.2}$$

La función y, a veces llamada **función de onda**, depende de las dos variables x y t. Por esta explicación, con frecuencia se escribe $y(x, t)$, que se lee "y como función de x y t".

Es importante entender el significado de y. Considere un elemento de la cuerda en el punto P, identificado mediante un valor particular de su coordenada x. Mientras el pulso pasa por P, la coordenada y de este elemento aumenta, llega a un máximo y luego disminuye a cero. **La función de onda $y(x, t)$ representa la coordenada y, la posición transversal, de cualquier elemento ubicado en la posición x en cualquier tiempo t.** Además, si t es fijo (como en el caso de tomar una instantánea del pulso), la función de onda $y(x)$, a veces llamada **forma de onda**, define una curva que representa la forma geométrica del pulso en dicho tiempo.

Pregunta rápida 16.1 i) En una larga fila de personas que esperan comprar boletos, la primera persona sale y un pulso de movimiento se presenta a medida que las personas caminan hacia adelante para llenar el hueco. A medida que cada persona camina hacia adelante, el hueco se mueve a través de la fila. La propagación de este hueco es, ¿a) transversal, o b) longitudinal? ii) Considere la "ola" en un juego de beisbol: las personas se ponen de pie y levantan sus brazos a medida que la ola llega a sus posiciones, y el pulso resultante se mueve alrededor del estadio. Esta onda es, ¿a) transversal, o b) longitudinal?

EJEMPLO 16.1 Un pulso que se mueve hacia la derecha

Un pulso que se mueve hacia la derecha a lo largo del eje x se representa mediante la función de onda

$$y(x, t) = \frac{2}{(x - 3.0t)^2 + 1}$$

donde x y y se miden en centímetros y t en segundos. Encuentre expresiones para la función de onda en $t = 0$, $t = 1.0$ s y $t = 2.0$ s.

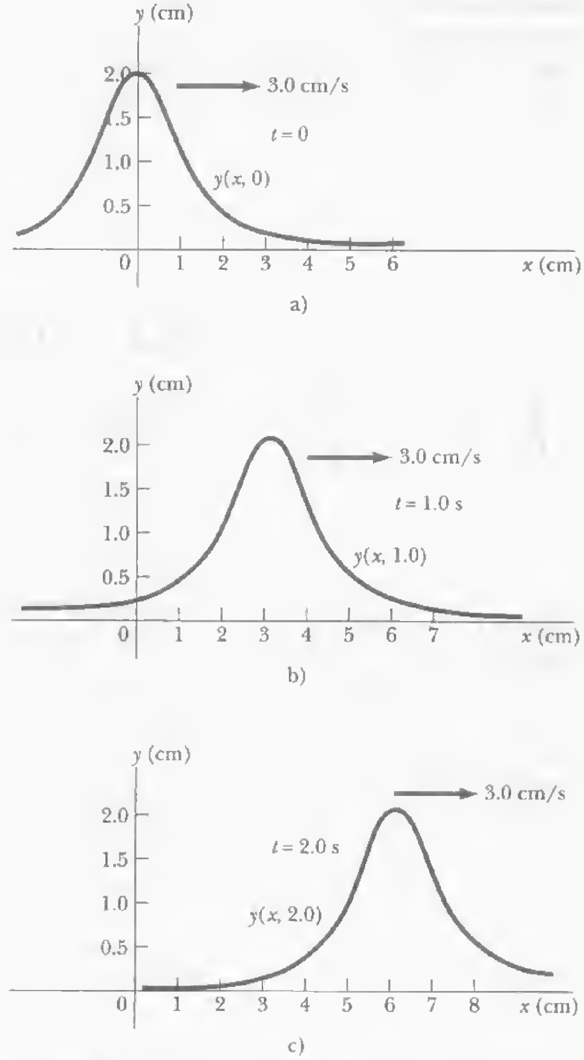


Figura 16.6 (Ejemplo 16.1) Gráficas de la función $y(x, t) = 2/[(x - 3.0t)^2 + 1]$ en a) $t = 0$, b) $t = 1.0$ s y c) $t = 2.0$ s.

SOLUCIÓN

Conceptualizar La figura 16.6a muestra el pulso representado por esta función de onda en $t = 0$. Imagine que este pulso se mueve hacia la derecha y mantiene su forma como sugieren las figuras 16.6b y 16.6c.

Categorizar Este ejemplo se clasifica como un problema de análisis relativamente simple en el que se interpreta la representación matemática de un pulso.

Analizar La función de onda es de la forma $y = f(x - vt)$. La inspección de la expresión para $y(x, t)$ revela que la rapidez de la onda es $v = 3.0$ cm/s. Además, al hacer $x - 3.0t = 0$, se encuentra que el valor máximo de y está dado por $A = 2.0$ cm.

Escriba la expresión para la función de onda en $t = 0$:

$$y(x, 0) = \frac{2}{x^2 + 1}$$

Escriba la expresión para la función de onda en $t = 1.0$ s:

$$y(x, 1.0) = \frac{2}{(x - 3.0)^2 + 1}$$

Escriba la expresión para la función de onda en $t = 2.0$ s:

$$y(x, 2.0) = \frac{2}{(x - 6.0)^2 + 1}$$

Para cada una de estas expresiones, se pueden sustituir varios valores de x y graficar la función de onda. Este procedimiento produce las funciones de onda que se muestran en las tres partes de la figura 16.6.

Finalizar Estas instantáneas muestran que el pulso se mueve hacia la derecha sin cambiar su forma y que tiene una rapidez constante de 3.0 cm/s.

¿Qué pasaría si? ¿Si la función de onda fuese

$$y(x, t) = \frac{4}{(x + 3.0t)^2 + 1}?$$

¿Esto cómo cambiaría la situación?

Respuesta Una nueva característica en esta expresión es el signo más en el denominador en lugar del signo menos. La nueva expresión representa un pulso con la misma forma que en la figura 16.6, pero que se mueve hacia la izquierda a medida que avanza el tiempo. Otra nueva característica en este caso es el numerador 4 en vez de 2. Por lo tanto, la nueva expresión representa un pulso con el doble de alto que en la figura 16.6.

16.2 El modelo de onda progresiva

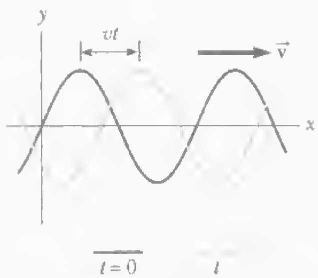


Figura 16.7 Una onda sinusoidal unidimensional que viaja hacia la derecha con una rapidez v. La curva café representa una instantánea de la onda en $t = 0$ y la curva azul representa una instantánea en algún tiempo después t.

En esta sección se introduce una función de onda importante cuya forma se muestra en la figura 16.7. La onda representada por esta curva se llama **onda sinusoidal** porque la curva es la misma que en la función seno θ trazada con θ. Una onda sinusoidal se podría establecer en una soga al agitar el extremo de la soga arriba y abajo en movimiento armónico simple.

La onda sinusoidal es el ejemplo más simple de una onda periódica continua y se puede usar para construir ondas más complejas (véase la sección 18.8). La curva café en la figura 16.7 representa una instantánea de una onda sinusoidal progresiva en $t = 0$, y la curva azul representa una instantánea de la onda en algún tiempo posterior t. Imagine dos tipos de movimiento que pueden presentarse. Primero, la forma de onda completa en la figura 16.7 se mueve hacia la derecha de modo que la curva café se mueve hacia la derecha y al final llega a la posición de la curva azul. Este es el movimiento de la *onda*. Si se concentra en un elemento del medio, como el elemento en $x = 0$, observará que cada elemento se mueve hacia arriba y hacia abajo a lo largo del eje y en movimiento armónico simple. Este es el movimiento de los *elementos del medio*. Es importante diferenciar entre el movimiento de la onda y el movimiento de los elementos del medio.

En capítulos anteriores de este libro se elaboraron varios modelos de análisis en función del modelo de partícula. Con la introducción a las ondas se puede elaborar un nuevo modelo de simplificación, el **modelo de onda**, que permitirá explorar más modelos de análisis para resolver problemas. Una partícula ideal tiene tamaño cero. Se pueden construir objetos físicos con tamaño distinto de cero como combinaciones de partículas. Por lo tanto, la partícula se considera como un bloque de construcción básico. Una onda ideal tiene una sola frecuencia y es infinitamente larga; es decir, la onda existe en todo el Universo. (Una onda no ligada de longitud finita necesariamente debe tener una mezcla de frecuencias.) Cuando este concepto se explore en la sección 18.8, se encontrará que las ondas ideales son combinables, tal como se combinan partículas.

Enseguida se desarrollarán las características principales y representaciones matemáticas del modelo de análisis de una **onda progresiva**. Este modelo se usa cuando una onda se mueve a través del espacio sin interactuar con otras ondas o partículas.

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 16.1
¿Cuál es la diferencia entre las figuras 16.8a y 16.8b?

Advierta la similitud visual entre las figuras 16.8a y 16.8b. Las formas son iguales, pero a) es una gráfica de posición vertical comparada con posición horizontal, mientras que b) es posición vertical en función de tiempo. La figura 16.8a es una representación de la onda *para una serie de partículas del medio*, es lo que vería en un instante de tiempo. La figura 16.8b es una representación gráfica de la posición de *un elemento del medio* como función del tiempo. Que ambas figuras tengan forma idéntica representa la ecuación 16.1: una onda es la *misma* función tanto de x como de t.

La figura 16.8a muestra una instantánea de una onda móvil a través de un medio. La figura 16.8b muestra una gráfica de la posición de un elemento del medio como función del tiempo. Un punto en la figura 16.8a en que el desplazamiento del elemento de su posición normal está más alto se llama **cresta** de la onda. El punto más bajo se llama **valle**. La distancia de una cresta a la siguiente se llama **longitud de onda** λ (letra griega lambda). De manera más general, **la longitud de onda es la distancia mínima entre dos puntos cualesquiera en ondas adyacentes**, como se muestra en la figura 16.8a.

Si usted cuenta el número de segundos entre las llegadas de dos crestas adyacentes en un punto determinado en el espacio, debe medir el **periodo** T de las ondas. En general, **el periodo es el intervalo de tiempo requerido para que dos puntos idénticos de ondas adyacentes pasen por un punto**, como se muestra en la figura 16.8b. El periodo de la onda es el mismo que el periodo de la oscilación armónica simple de un elemento del medio.

La misma información a menudo se conoce por el inverso del periodo, que se llama **frecuencia** f. En general, **la frecuencia de una onda periódica es el número de crestas (o valles o cualquier otro punto en la onda) que pasa un punto determinado en un intervalo de tiempo unitario**. La frecuencia de una onda sinusoidal se relaciona con el periodo mediante la expresión

$$\boxed{f = \frac{1}{T}} \tag{16.3}$$

La frecuencia de la onda es la misma que la frecuencia de la oscilación armónica simple de un elemento del medio. La unidad de frecuencia más común, como se aprendió en el capítulo 15, es s^{-1}, o **hertz** (Hz). La correspondiente unidad para T es segundos.

La máxima posición de un elemento del medio relativo a su posición de equilibrio se llama **amplitud** A de la onda.

Las ondas viajan con una rapidez específica, y esta rapidez depende de las propiedades del medio perturbado. Por ejemplo, las ondas sonoras viajan a través de aire a temperatura ambiente con una rapidez aproximada de 343 m/s (781 mi/h), mientras que en la mayoría de los sólidos viajan con una rapidez mayor a 343 m/s.

Considere la onda sinusoidal de la figura 16.8a, que muestra la posición de la onda en $t = 0$. Ya que la onda es sinusoidal, se espera que la función de onda en este instante se exprese como $y(x, 0) = A \operatorname{sen} ax$, donde A es la amplitud y a es una constante a determinar. En $x = 0$, se ve que $y(0, 0) = A \operatorname{sen} a(0) = 0$, consistente con la figura 16.8a. El siguiente valor de x para el que y es cero es $x = \lambda/2$. Debido a eso

$$y\left(\frac{\lambda}{2}, 0\right) = A \operatorname{sen}\left(a\frac{\lambda}{2}\right) = 0$$

Para que esta ecuación sea cierta, debe tener $a\lambda/2 = \pi$ o $a = 2\pi/\lambda$. En consecuencia, la función que describe las posiciones de los elementos del medio a través del que viaja la onda sinusoidal se puede escribir

$$y(x, 0) = A \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right) \tag{16.4}$$

donde la constante A representa la amplitud de onda y la constante λ es la longitud de onda. Note que la posición vertical de un elemento del medio es la misma siempre que x aumente por un múltiplo entero de λ. Si la onda se mueve hacia la derecha con una rapidez v, la función de onda en algún tiempo posterior t es

$$\boxed{y(x, t) = A \operatorname{sen}\left[\frac{2\pi}{\lambda}(x - vt)\right]} \tag{16.5}$$

La función de onda tiene la forma $f(x - vt)$ (ecuación 16.1). Si la onda viajara hacia la izquierda, la cantidad $x - vt$ se sustituiría por $x + vt$ como aprendió cuando se desarrollaron las ecuaciones 16.1 y 16.2.

Por definición, la onda viaja a través de un desplazamiento Δx igual a una longitud de onda λ en un intervalo de tiempo Δt de un periodo T. Por tanto, la rapidez de onda, la longitud de onda y el periodo se relacionan mediante la expresión

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\lambda}{T} \tag{16.6}$$

Al sustituir esta expresión para v en la ecuación 16.5 se obtiene

$$y = A \operatorname{sen}\left[2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)\right] \tag{16.7}$$

Esta forma de la función de onda muestra la naturaleza *periódica* de y. Advierta que con frecuencia se usará y en lugar de $y(x, t)$ como una notación abreviada. En cualquier tiempo dado t, y tiene el *mismo* valor en las posiciones x, $x + \lambda$, $x + 2\lambda$, y así sucesivamente. Además, en cualquier posición determinada x, el valor de y es el mismo en los tiempos t, $t + T$, $t + 2T$, y así sucesivamente.

La función de onda se expresa en una forma conveniente al definir otras dos cantidades, el **número de onda angular** k (por lo general simplemente llamado **número de onda**) y la **frecuencia angular** ω:

$$\boxed{k \equiv \frac{2\pi}{\lambda}} \tag{16.8}$$

◄ Número de onda angular

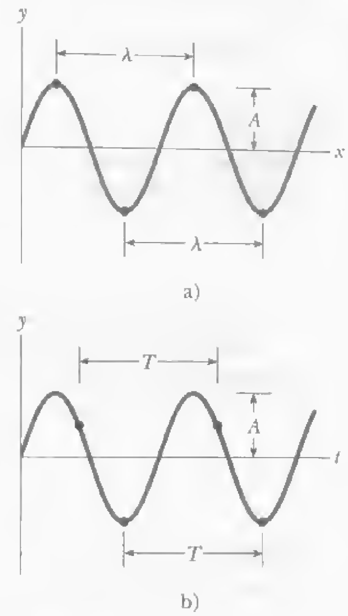


Figura 16.8 a) Una instantánea de una onda sinusoidal. La longitud de onda λ de una onda es la distancia entre crestas o valles adyacentes. b) Posición de un elemento del medio como función del tiempo. El periodo T de una onda es el intervalo de tiempo requerido para que el elemento complete un ciclo de su oscilación y para que la onda viaje una longitud de onda.

Frecuencia angular ►

$$\omega \equiv \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \tag{16.9}$$

Al usar estas definiciones, la ecuación 16.7 se puede escribir en la forma más compacta

Función de onda para una onda sinusoidal ►

$$y = A \text{ sen } (kx - \omega t) \tag{16.10}$$

Al usar las ecuaciones 16.3, 16.8 y 16.9, la rapidez de onda v originalmente conocida en la ecuación 16.6 se expresa en las formas alternativas siguientes:

$$v = \frac{\omega}{k} \tag{16.11}$$

Rapidez de una onda sinusoidal ►

$$v = \lambda f \tag{16.12}$$

La función de onda conocida en la ecuación 16.10 supone que la posición vertical y de un elemento del medio es cero en $x = 0$ y $t = 0$. Este no necesita ser el caso. Si no lo es, la función de onda por lo general se expresa en la forma

Expresión general para una onda sinusoidal ►

$$y = A \text{ sen } (kx - \omega t + \phi) \tag{16.13}$$

donde ϕ es la **constante de fase**, tal como aprendió en el estudio del movimiento periódico en el capítulo 15. Esta constante se determina a partir de las condiciones iniciales.

Pregunta rápida 16.2 Una onda sinusoidal de frecuencia f viaja a lo largo de una cuerda estirada. La cuerda se lleva al reposo y una segunda onda progresiva con frecuencia $2f$ se establece en la cuerda. **i)** ¿Cuál es la rapidez de onda de la segunda onda? a) el doble de la primera onda, b) la mitad de la primera onda, c) la misma que la primera onda, d) imposible de determinar. **ii)** A partir de las mismas opciones, describa la longitud de onda de la segunda onda. **iii)** A partir de las mismas opciones, describa la amplitud de la segunda onda.

EJEMPLO 16.2 Una onda sinusoidal progresiva

Una onda sinusoidal progresiva en la dirección x positiva tiene una amplitud de 15.0 cm, longitud de onda de 40.0 cm y frecuencia de 8.00 Hz. La posición vertical de un elemento del medio en $t = 0$ y $x = 0$ también es de 15.0 cm, como se muestra en la figura 16.9.

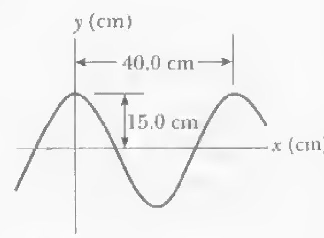


Figura 16.9 (Ejemplo 16.2) Una onda sinusoidal con longitud de onda $\lambda = 40.0$ cm y amplitud $A = 15.0$ cm. La función de onda se puede escribir en la forma $y = A \cos (kx - \omega t)$.

A) Encuentre el número de onda k, periodo T, frecuencia angular ω y rapidez v de la onda.

SOLUCIÓN

Conceptualizar La figura 16.9 muestra la onda en $t = 0$. Imagine esta onda móvil hacia la derecha y mantiene su forma.

Categorizar Se evaluarán los parámetros de la onda mediante las ecuaciones generadas en la explicación anterior, así que este ejemplo se clasifica como un problema de sustitución.

Evalúe el número de onda a partir de la ecuación 16.8:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi \text{ rad}}{40.0 \text{ cm}} = 0.157 \text{ rad/cm}$$

Calcule el periodo de la onda a partir de la ecuación 16.3:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{8.00 \text{ s}^{-1}} = 0.125 \text{ s}$$

Evalúe la frecuencia angular de la onda a partir de la ecuación 16.9:

$$\omega = 2\pi f = 2\pi(8.00 \text{ s}^{-1}) = 50.3 \text{ rad/s}$$

Calcule la rapidez de onda a partir de la ecuación 16.12:

$$v = \lambda f = (40.0 \text{ cm})(8.00 \text{ s}^{-1}) = 320 \text{ cm/s}$$

B) Determine la constante de fase ϕ y escriba una expresión general para la función de onda.

SOLUCIÓN

Sustituya $A = 15.0$ cm, $y = 15.0$ cm, $x = 0$ y $t = 0$ en la ecuación 16.13:

$$15.0 = (15.0)\,\text{sen}\,\phi \quad \rightarrow \quad \text{sen}\,\phi = 1 \quad \rightarrow \quad \phi = \frac{\pi}{2}\text{ rad}$$

Escriba la función de onda:

$$y = A\,\text{sen}\left(kx - \omega t + \frac{\pi}{2}\right) = A\cos\,(kx - \omega t)$$

Sustituya los valores para A, k y ω en esta expresión:

$$y = (15.0\text{ cm})\cos\,(0.157x - 50.3t)$$

Ondas sinusoidales en cuerdas

En la figura 16.1 se demostró cómo crear un pulso al sacudir una cuerda tensa hacia arriba y hacia abajo una vez. Para crear una serie de tales pulsos, una onda, sustituya la mano con una varilla oscilatoria que vibre en movimiento armónico simple. La figura 16.10 representa instantáneas de la onda creada de esta forma a intervalos de $T/4$. Ya que el extremo de la varilla oscila en movimiento armónico simple, **cada elemento de la cuerda, como el que se encuentra en P, también oscila verticalmente con movimiento armónico simple**. Este debe ser el caso porque cada elemento sigue el movimiento armónico simple de la varilla. Por lo tanto, todo elemento de la cuerda se puede tratar como un oscilador armónico simple que vibra con una frecuencia igual a la frecuencia de oscilación de la varilla.[2] Advierta que, aun cuando cada elemento oscila en la dirección y, la onda viaja en la dirección x con una rapidez v. Desde luego, esta es la definición de una onda transversal.

Si la onda en $t = 0$ es como se describe en la figura 16.10b, la función de onda se puede escribir como

$$y = A\,\text{sen}\,(kx - \omega t)$$

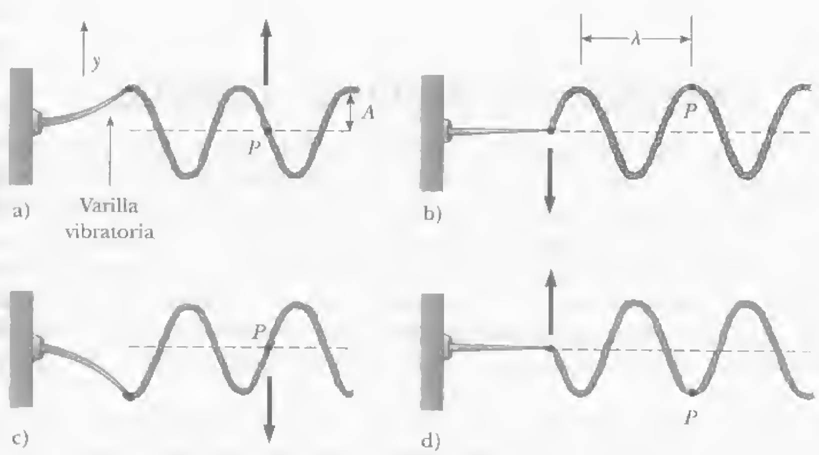


Figura 16.10 Un método para producir una onda sinusoidal sobre una cuerda. El extremo izquierdo de la cuerda se conecta a una varilla que se pone a oscilar. Cualquier elemento de la cuerda, como el que se encuentra en el punto P, oscila con movimiento armónico simple en la dirección vertical.

[2] En esta disposición se supone que un elemento de cuerda siempre oscila en línea vertical. La tensión en la cuerda variaría si a un elemento se le permitiera moverse hacia los lados. Tal movimiento haría el análisis muy complejo.

Se puede usar esta expresión para describir el movimiento de cualquier elemento de la cuerda. Un elemento en el punto P (o cualquier otro elemento de la cuerda) se mueve sólo verticalmente, y de este modo su coordenada x permanece constante. Por lo tanto, la **rapidez transversal** v_y (no confundir con la rapidez de onda v) y la **aceleración transversal** a_y de los elementos de la cuerda son

$$v_y = \left.\frac{dy}{dt}\right]_{x=\text{constante}} = \frac{\partial y}{\partial t} = -\omega A \cos(kx - \omega t) \tag{16.14}$$

$$a_y = \left.\frac{dv_y}{dt}\right]_{x=\text{constante}} = \frac{\partial v_y}{\partial t} = -\omega^2 A \operatorname{sen}(kx - \omega t) \tag{16.15}$$

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 16.2

Dos tipos de rapidez/velocidad

No confunda v, la rapidez de la onda mientras se propaga a lo largo de la cuerda, con v_y, la velocidad transversal de un punto en la cuerda. La rapidez v es constante para un medio uniforme, mientras que v_y varía sinusoidalmente.

Estas expresiones incorporan derivadas parciales (véase la sección 7.8) porque y depende tanto de x como de t. En la operación $\partial y/\partial t$, por ejemplo, se toma una derivada respecto de t mientras se mantiene x constante. Los valores máximos de la rapidez transversal y la aceleración transversal son simplemente los valores absolutos de los coeficientes de las funciones coseno y seno:

$$v_{y,\,\text{máx}} = \omega A \tag{16.16}$$

$$a_{y,\,\text{máx}} = \omega^2 A \tag{16.17}$$

La rapidez transversal y la aceleración transversal de los elementos de la cuerda no llegan simultáneamente a sus valores máximos. La rapidez transversal llega a su valor máximo (ωA) cuando $y = 0$, mientras que la magnitud de la aceleración transversal llega a su valor máximo ($\omega^2 A$) cuando $y = \pm A$. Por último, las ecuaciones 16.16 y 16.17 son idénticas en forma matemática a las correspondientes ecuaciones para movimiento armónico simple, ecuaciones 15.17 y 15.18.

Pregunta rápida 16.3 La amplitud de una onda se duplica, sin que se hagan otros cambios a la onda. Como resultado de esta duplicación, ¿cuál de los siguientes enunciados es correcto? a) La rapidez de la onda cambia. b) La frecuencia de la onda cambia. c) La máxima rapidez transversal de un elemento del medio cambia. d) Los enunciados del inciso a) al c) son todos verdaderos. e) Ninguno de los enunciados del inciso a) al c) es verdadero.

16.3 La rapidez de ondas en cuerdas

En esta sección se determina la rapidez de un pulso transversal que viaja en una cuerda tensa. Primero se predicen conceptualmente los parámetros que determinan la rapidez. Si una cuerda bajo tensión se jala hacia los lados y luego se libera, la fuerza de tensión es responsable por acelerar un elemento particular de la cuerda de regreso hacia su posición de equilibrio. De acuerdo con la segunda ley de Newton, la aceleración del elemento aumenta con tensión creciente. Si el elemento regresa al equilibrio más rápidamente debido a esta aceleración aumentada, intuitivamente se argumentaría que la rapidez de la onda es mayor. En consecuencia, se espera que la rapidez de la onda aumente con tensión creciente.

Del mismo modo, ya que es más difícil acelerar un elemento pesado de la cuerda que un elemento ligero, la rapidez de la onda debe disminuir a medida que aumente la masa por unidad de longitud de la cuerda. Si la tensión en la cuerda es T y su masa por unidad de longitud es μ (letra griega mu), la rapidez de onda, como se demostrará, es

Rapidez de una onda sobre una cuerda estirada ▶

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \tag{16.18}$$

Se usará un análisis mecánico para deducir la ecuación 16.18. Considere un pulso móvil en una cuerda tensa hacia la derecha, con una rapidez uniforme v medida en relación con

un marco de referencia estacionario. En lugar de permanecer en este marco de referencia, es más conveniente elegir un marco de referencia inercial diferente que se mueva junto con el pulso con la misma rapidez que el pulso, de modo que el pulso está en reposo dentro del marco. Este cambio de marco de referencia se permite porque las leyes de Newton son válidas en un marco estable o en uno que se mueva con velocidad constante. En el nuevo marco de referencia, todos los elementos de la cuerda se mueven hacia la izquierda, un elemento determinado inicialmente a la derecha del pulso se mueve hacia la izquierda, se eleva y sigue la forma del pulso, y luego continúa moviéndose hacia la izquierda. La figura 16.11a muestra tal elemento en el instante en que se ubica en lo alto del pulso.

El pequeño elemento de la cuerda de longitud Δs que se muestra en la figura 16.11a, y se amplifica en la figura 16.11b, forma un arco aproximado de un círculo de radio R. En el marco de referencia móvil (que se mueve hacia la derecha con una rapidez v junto con el pulso), el elemento sombreado se mueve hacia la izquierda con una rapidez v. Este elemento tiene una aceleración centrípeta igual a v^2/R, que la proporcionan los elementos de la fuerza $\vec{\mathbf{T}}$ cuya magnitud es la tensión en la cuerda. La fuerza $\vec{\mathbf{T}}$ actúa a ambos lados del elemento y es tangente al arco, como se muestra en la figura 16.11b. Las componentes horizontales de $\vec{\mathbf{T}}$ se cancelan y cada componente vertical $T \operatorname{sen} \theta$ actúa radialmente hacia el centro del arco. Por eso, la fuerza radial total sobre el elemento es $2T \operatorname{sen} \theta$. Ya que el elemento es pequeño, θ es pequeño, y por lo tanto se puede usar la aproximación de ángulo pequeño $\operatorname{sen} \theta \approx \theta$. De este modo, la fuerza radial total es

$$F_r = 2T \operatorname{sen} \theta \approx 2T\theta$$

El elemento tiene una masa $m = \mu \Delta s$. Ya que el elemento forma parte de un círculo y subtiende a un ángulo 2θ en el centro, $\Delta s = R(2\theta)$ y

$$m = \mu \Delta s = 2\mu R \theta$$

Al aplicar a este elemento la segunda ley de Newton en la dirección radial se obtiene

$$F_r = ma = \frac{mv^2}{R}$$

$$2T\theta = \frac{2\mu R \theta v^2}{R} \quad \rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

Esta expresión para v es la ecuación 16.18.

Advierta que esta deducción es de acuerdo con la suposición de que la altura del pulso es pequeña en relación con la longitud de la cuerda. Al usar esta suposición, se tiene posibilidad de usar la aproximación $\operatorname{sen} \theta \approx \theta$. Además, el modelo supone que la tensión T no es afectada por la presencia del pulso; en consecuencia, T es la misma en todos los puntos en la cuerda. Por último, esta prueba *no* supone alguna forma particular para el pulso. Por lo tanto, un pulso *de cualquier forma* viaja a lo largo de la cuerda con rapidez $v = \sqrt{T/\mu}$ sin cambio alguno en la forma del pulso.

Pregunta rápida 16.4 Suponga que con la mano crea un pulso al mover una vez el extremo libre de una cuerda tensa hacia arriba y hacia abajo, comience en $t = 0$. La cuerda se une en su otro extremo a una pared distante. El pulso alcanza la pared en el tiempo t. ¿Cuál de las siguientes acciones, tomada por sí misma, disminuye el intervalo de tiempo requerido para que el pulso llegue a la pared? Puede ser correcta más de una opción. a) Mover la mano más rápidamente, pero sólo hacia arriba y hacia abajo una vez en la misma cantidad, b) mover la mano más lentamente, pero sólo hacia arriba y hacia abajo por la misma cantidad, c) mover la mano una mayor distancia hacia arriba y hacia abajo en la misma cantidad de tiempo, d) mover la mano una menor distancia hacia arriba y hacia abajo en la misma cantidad de tiempo, e) usar una cuerda más pesada de la misma longitud y bajo la misma tensión, f) usar una cuerda más ligera de la misma longitud y bajo la misma tensión, g) usar una cuerda de la misma densidad de masa lineal pero bajo tensión decreciente, h) usar una cuerda de la misma densidad de masa lineal pero bajo tensión creciente.

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 16.3

Múltiples *Ts*

No confunda la T en la ecuación 16.18 para la tensión con el símbolo T que se usa en este capítulo para el periodo de una onda. El contexto de la ecuación debe ayudarle a identificar a cuál cantidad se hace referencia. ¡Simplemente no hay suficientes letras en el abecedario para asignar una letra única a cada variable!

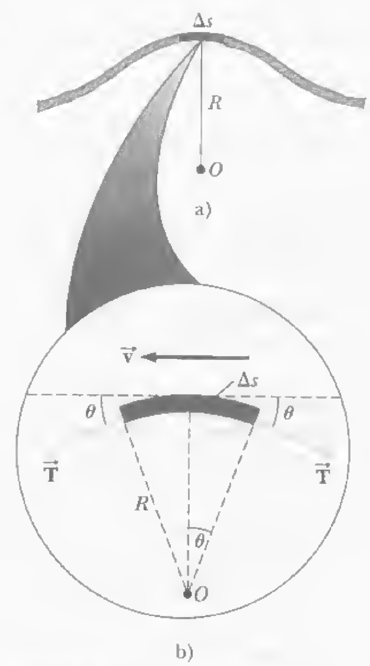


Figura 16.11 a) Para obtener la rapidez v de una onda en una cuerda estirada, es conveniente describir el movimiento de un pequeño elemento de la cuerda en un marco de referencia en movimiento. b) En el marco de referencia en movimiento, el pequeño elemento de longitud Δs se mueve hacia la izquierda con rapidez v. La fuerza neta en el elemento está en la dirección radial porque se cancelan las componentes horizontales de la fuerza de tensión.

EJEMPLO 16.3 La rapidez de un pulso en una cuerda

Una cuerda uniforme tiene una masa de 0.300 kg y una longitud de 6.00 m (figura 16.12). La cuerda pasa sobre una polea y soporta un objeto de 2.00 kg. Encuentre la rapidez de un pulso que viaje a lo largo de esta cuerda.

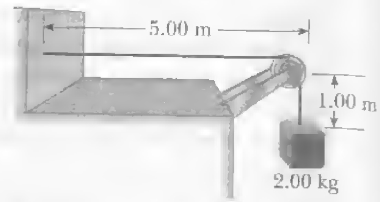


Figura 16.12 (Ejemplo 16.3) La tensión T en la cuerda se mantiene mediante el objeto suspendido. La rapidez de cualquier onda que viaje a lo largo de la cuerda está dada por $v = \sqrt{T/\mu}$.

SOLUCIÓN

Conceptualizar En la figura 16.12, el bloque colgante establece una tensión en la cuerda horizontal. Esta tensión determina la rapidez con que la onda se mueve en la cuerda.

Categorizar Para encontrar la tensión en la cuerda, modele el bloque colgante como una partícula en equilibrio. Luego, con la tensión evalúe la rapidez de la onda en la cuerda, use la ecuación 16.18.

Analizar Aplique al bloque el modelo de partícula en equilibrio:

$$\sum F_y = T - m_{\text{bloque}}g = 0$$

Resuelva para la tensión en la cuerda:

$$T = m_{\text{bloque}}g$$

Aplique la ecuación 16.18 para encontrar la rapidez de la onda, use $\mu = m_{\text{cuerda}}/\ell$ para la densidad de masa lineal de la cuerda:

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{m_{\text{bloque}}g\ell}{m_{\text{cuerda}}}}$$

Evalúe la rapidez de la onda:

$$v = \sqrt{\frac{(2.00\text{ kg})(9.80\text{ m/s}^2)(6.00\text{ m})}{0.300\text{ kg}}} = \boxed{19.8\text{ m/s}}$$

Finalizar El cálculo de la tensión desprecia la pequeña masa de la cuerda. En sentido estricto, la cuerda nunca puede ser exactamente recta; por lo tanto, la tensión no es uniforme.

¿Qué pasaría si? ¿Y si el bloque se balancea de atrás para adelante respecto de la vertical? ¿Cómo afectaría a la rapidez de onda en la cuerda?

Respuesta El bloque en balanceo se clasifica como una partícula bajo una fuerza neta. La magnitud de una de las fuerzas sobre el bloque es la tensión en la cuerda, que determina la rapidez de la onda. A medida que el bloque se balancea, la tensión cambia, de modo que la rapidez de la onda cambia.

Cuando el bloque está en en la parte baja del balanceo, la cuerda es vertical y la tensión es mayor que el peso del bloque porque la fuerza neta debe ser hacia arriba para proporcionar la aceleración centrípeta del bloque. Por lo tanto, la rapidez de onda debe ser mayor que 19.8 m/s.

Cuando el bloque está en su punto más alto al final de un balanceo, está en reposo momentáneo, así que no hay aceleración centrípeta en dicho instante. El bloque es una partícula en equilibrio en la dirección radial. La tensión se equilibra mediante una componente de la fuerza gravitacional sobre el bloque. Por lo tanto, la tensión es menor que el peso y la rapidez de la onda es menor que 19.8 m/s.

EJEMPLO 16.4 Rescate del excursionista

Un excursionista de 80.0 kg queda atrapado en la saliente de una montaña después de una tormenta. Un helicóptero rescata al excursionista: se mantiene encima de él y le baja un cable, la masa del cable es de 8.00 kg y su longitud de 15.0 m. El cable se amarra a un cabestrillo de 70.0 kg de masa. El excursionista se ata al cabestrillo y después el helicóptero acelera hacia arriba. Aterrorizado por colgar del cable a mitad del aire, el excursionista intenta enviar señales al piloto lanzando pulsos transversales por el cable. Un pulso tarda 0.250 s en recorrer la longitud del cable. ¿Cuál es la aceleración del helicóptero?

SOLUCIÓN

Conceptualizar Imagine el efecto de la aceleración del helicóptero sobre el cable. Mientras mayor sea la aceleración hacia arriba, mayor será la tensión en el cable. A su vez, a mayor tensión, mayor la rapidez de los pulsos en el cable.

Categorizar Este problema combina dos aspectos: la rapidez de los pulsos en una cuerda y la representación del excursionista y el cabestrillo como una partícula bajo una fuerza neta.

Analizar Use el intervalo de tiempo en que el pulso viaja del excursionista al helicóptero para encontrar la rapidez de los pulsos en el cable:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{15.0\text{ m}}{0.250\text{ s}} = 60.0\text{ m/s}$$

Resuelva la ecuación 16.18 para la tensión en el cable:

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \rightarrow T = \mu v^2$$

Modele al excursionista y el cabestrillo como una partícula bajo una fuerza neta, y note que la aceleración de esta partícula de masa m es la misma que la aceleración del helicóptero:

$$\sum F = ma \rightarrow T - mg = ma$$

Resuelva para la aceleración:

$$a = \frac{T}{m} - g = \frac{\mu v^2}{m} - g = \frac{m_{\text{cable}} v^2}{\ell_{\text{cable}} m} - g$$

Sustituya valores numéricos:

$$a = \frac{(8.00\text{ kg})(60.0\text{ m/s})^2}{(15.0\text{ m})(150.0\text{ kg})} - 9.80\text{ m/s}^2 = \boxed{3.00\text{ m/s}^2}$$

Finalizar Un cable tiene rigidez además de tensión. La rigidez tiende a regresar un alambre a su forma recta original incluso cuando no esté bajo tensión. Por ejemplo, una cuerda de piano se endereza si se le libera de una forma curva; las cuerdas de embalaje no.

La rigidez representa una fuerza restauradora además de la tensión y aumenta la rapidez de la onda. En consecuencia, para un cable real, la rapidez de 60.0 m/s que se determinó muy probablemente se asocia con una aceleración menor del helicóptero.

16.4 Reflexión y transmisión

El modelo de onda progresiva describe ondas que viajan a través de un medio uniforme sin interactuar con algo más en el camino. Ahora se considerará cómo una onda progresiva es afectada cuando encuentra un cambio en el medio. Por ejemplo, considere un pulso que viaja en una cuerda que está rígidamente unida a un soporte en un extremo, como en la figura 16.13. Cuando el pulso alcanza el soporte, se presenta un cambio severo en el medio: la cuerda termina. Como resultado, el pulso experimenta **reflexión**; es decir, el pulso se mueve de regreso a lo largo de la cuerda en la dirección opuesta.

Note que el pulso reflejado está *invertido*. Esta inversión se explica del modo siguiente: cuando el pulso alcanza el extremo fijo de la cuerda, ésta produce una fuerza hacia arriba sobre el soporte. Por la tercera ley de Newton, el soporte debe ejercer sobre al cuerda una fuerza de reacción de igual magnitud y con dirección opuesta (hacia abajo). Esta fuerza hacia abajo hace que el pulso se invierta en la reflexión.

Ahora considere otro caso. Esta vez, el pulso llega al final de una cuerda que es libre de moverse verticalmente, como en la figura 16.14. La tensión en el extremo libre se mantiene porque la cuerda está amarrada a un anillo de masa despreciable que tiene libertad para deslizarse verticalmente sobre un poste uniforme sin fricción. De nuevo, el pulso se refleja, pero esta vez no se invierte. Cuando llega al poste, el pulso ejerce una fuerza sobre el extremo libre de la cuerda, lo que hace que el anillo acelere hacia arriba. El anillo se eleva tan alto como el pulso entrante, y luego la componente hacia abajo de la fuerza de tensión jala el anillo de vuelta hacia abajo. Este movimiento del anillo produce un pulso reflejado que no se invierte y que tiene la misma amplitud que el pulso entrante.

Para finalizar, considere una situación en la que la frontera es intermedia entre estos dos extremos. En este caso, parte de la energía en el pulso incidente se refleja y parte se somete a **transmisión**; es decir: parte de la energía pasa a través de la frontera. Por ejemplo, suponga que una cuerda ligera se une a una cuerda más pesada, como en la figura

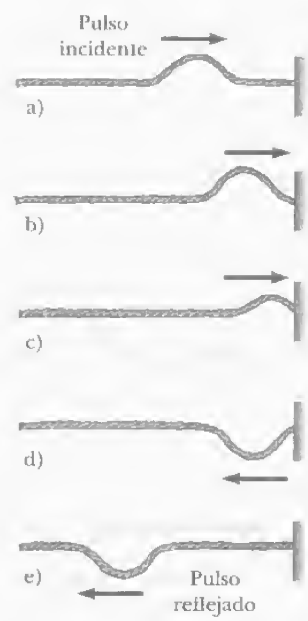


Figura 16.13 Reflexión de un pulso viajero en el extremo fijo de una cuerda estirada. El pulso reflejado está invertido, pero su forma no cambia de otra manera.

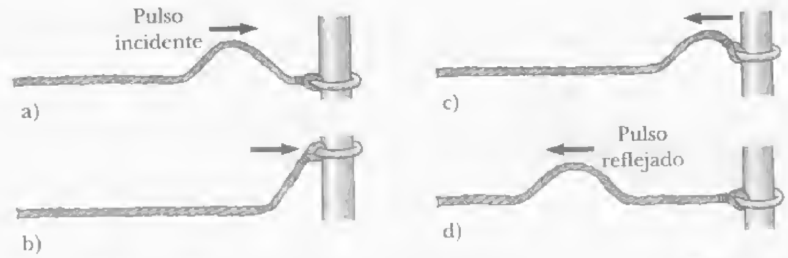


Figura 16.14 Reflexión de un pulso viajero en el extremo libre de una cuerda estirada. El pulso reflejado no está invertido.

16.15. Cuando un pulso que viaja sobre la cuerda ligera alcanza la frontera entre las dos cuerdas, parte del pulso se refleja e invierte y parte se transmite a la cuerda más pesada. El pulso reflejado se invierte por los mismos motivos descritos en el caso de la cuerda unida rígidamente a un soporte.

El pulso reflejado tiene una amplitud menor que el pulso incidente. En la sección 16.5 se demostró que la energía que porta una onda se relaciona con su amplitud. De acuerdo con el principio de conservación de la energía, cuando el pulso se descompone en un pulso reflejado y un pulso transmitido en la frontera, la suma de las energías de estos dos pulsos debe ser igual a la energía del pulso incidente. Ya que el pulso reflejado sólo contiene parte de la energía del pulso incidente, su amplitud debe ser menor.

Cuando un pulso que viaja sobre una cuerda pesada golpea la frontera entre la cuerda pesada y una ligera, como en la figura 16.16, de nuevo, parte se refleja y parte se transmite. En este caso, el pulso reflejado no se invierte.

En cualquier caso, las alturas relativas de los pulsos reflejado y transmitido dependen de las densidades relativas de las dos cuerdas. Si las cuerdas son idénticas, no hay discontinuidad en la frontera y no se presenta reflexión.

De acuerdo con la ecuación 16.18, la rapidez de una onda sobre una cuerda aumenta a medida que disminuye la masa por unidad de longitud de la cuerda. En otras palabras, una onda viaja más lentamente en una cuerda pesada que sobre una cuerda ligera, si ambas están bajo la misma tensión. Las siguientes reglas generales se aplican a las ondas reflejadas: **cuando una onda o pulso viaja del medio A al medio B y $v_A > v_B$ (es decir, cuando B es más denso que A), se invierte en la reflexión. Cuando una onda o pulso viaja del medio A al medio B y $v_A < v_B$ (es decir, cuando A es más denso que B), no se invierte en la reflexión.**

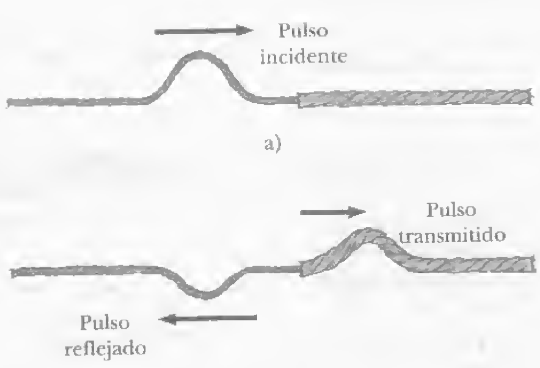


Figura 16.15 a) Pulso que viaja a la derecha sobre una cuerda ligera unida a una cuerda más pesada. b) Parte del pulso incidente se refleja (e invierte) y parte se transmite a la cuerda más pesada.

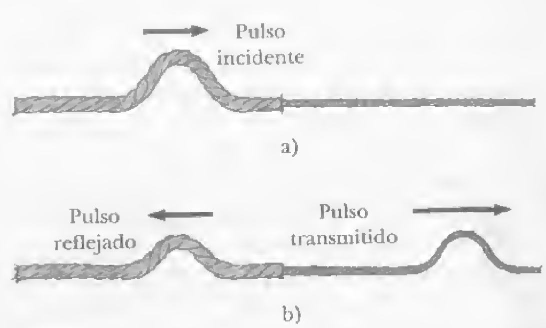


Figura 16.16 a) Pulso que viaja hacia la derecha sobre una cuerda pesada unida a una cuerda más ligera. b) El pulso incidente tiene un reflejo parcial y se transmite en partes, y el pulso reflejado no se invierte.

16.5 Rapidez de transferencia de energía mediante ondas sinusoidales en cuerdas

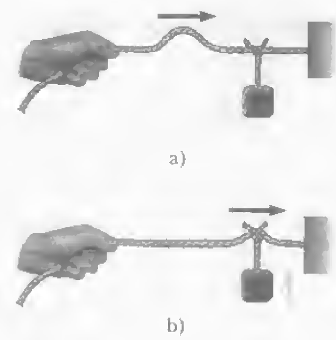


Figura 16.17 a) Pulso que viaja hacia la derecha sobre una cuerda estirada que tiene un objeto suspendido en ella. b) Cuando el pulso llega, se transmite energía al objeto suspendido.

Las ondas transportan energía a través de un medio mientras se propagan. Por ejemplo, suponga que un objeto cuelga de una cuerda estirada y se envía un pulso por la cuerda, como en la figura 16.17a. Cuando el pulso llega al objeto suspendido, el objeto se desplaza momentáneamente hacia arriba, como en la figura 16.17b. En el proceso se transfirió energía al objeto y apareció como un aumento en la energía potencial gravitacional del sistema objeto–Tierra. Esta sección examina la rapidez a la que se transporta la energía a lo largo de una cuerda. Se supondrá una onda sinusoidal unidimensional en el cálculo de la energía transferida.

Considere una onda sinusoidal que viaja en una cuerda (figura 16.18). La fuente de la energía es algún agente externo en el extremo izquierdo, que realiza trabajo para producir las oscilaciones. Se puede considerar que la cuerda es un sistema no aislado. A medida que el agente externo realiza trabajo sobre el extremo de la cuerda, moviéndola hacia arriba y hacia abajo, entra energía al sistema de la cuerda y se propaga a lo largo de su longitud. Concentre su atención en un elemento infinitesimal de la cuerda de longitud dx y masa dm. Cada uno de tales elementos se mueve verticalmente con movimiento armónico simple. Por lo tanto, cada elemento de la cuerda se modela como un oscilador armónico simple, con la oscilación en la dirección y. Todos los elementos tienen la misma frecuencia angular ω y la misma amplitud A. La energía cinética K asociada con una partícula móvil es $K = \frac{1}{2}mv^2$. Si esta ecuación se aplica al elemento infinitesimal, la energía cinética dK de este elemento es

$$dK = \tfrac{1}{2}(dm)v_y^{\,2}$$

donde v_y es la rapidez transversal del elemento. Si μ es la masa por unidad de longitud de la cuerda, la masa dm del elemento de longitud dx es igual a $\mu\, dx$. Por tanto, la energía cinética de un elemento de la cuerda se expresa como

$$dK = \tfrac{1}{2}(\mu dx)v_y^{\,2} \tag{16.19}$$

Al sustituir con la ecuación 16.14 para la rapidez transversal general de un oscilador armónico simple se obtiene

$$dK = \tfrac{1}{2}\mu[-\omega A \cos(kx - \omega t)]^2\, dx = \tfrac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 \cos^2(kx - \omega t)\, dx$$

Si se toma una instantánea de la onda en el tiempo $t = 0$, la energía cinética de un elemento dado es

$$dK = \tfrac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 \cos^2(kx)\, dx$$

Al integrar esta expresión sobre todos los elementos de cuerda en una longitud de onda de la onda produce la energía cinética total K_λ en una longitud de onda:

$$K_\lambda = \int dK = \int_0^\lambda \tfrac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 \cos^2(kx)\, dx = \tfrac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 \int_0^\lambda \cos^2(kx)\, dx$$

$$= \tfrac{1}{2}\mu\omega^2 A^2\left[\tfrac{1}{2}x + \frac{1}{4k}\operatorname{sen} 2kx\right]_0^\lambda = \tfrac{1}{2}\mu\omega^2 A^2\left[\tfrac{1}{2}\lambda\right] = \tfrac{1}{4}\mu\omega^2 A^2 \lambda$$

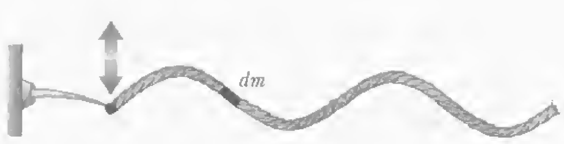


Figura 16.18 Una onda sinusoidal que viaja a lo largo del eje x sobre una cuerda estirada. Todo elemento de la cuerda se mueve verticalmente y todo elemento tiene la misma energía total.

Además de la energía cinética, hay energía potencial asociada con cada elemento de la cuerda debido a su desplazamiento de la posición de equilibrio y las fuerzas restauradoras de elementos colindantes. Un análisis similar al anterior para la energía potencial total U_λ en una longitud de onda produce exactamente el mismo resultado:

$$U_\lambda = \tfrac{1}{4}\mu\omega^2 A^2 \lambda$$

La energía total en una longitud de onda de la onda es la suma de las energías potencial y cinética:

$$E_\lambda = U_\lambda + K_\lambda = \tfrac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 \lambda \qquad (16.20)$$

A medida que la onda se mueve a lo largo de la cuerda, esta cantidad de energía pasa por un punto determinado en la cuerda durante un intervalo de tiempo de un periodo de la oscilación. Por lo tanto, la potencia $\mathcal{P}$, o rapidez de transferencia de energía T_{OM} asociada con la onda mecánica, es

Potencia de una onda ▶

$$\mathcal{P} = \frac{T_{\text{OM}}}{\Delta t} = \frac{E_\lambda}{T} = \frac{\frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 \lambda}{T} = \tfrac{1}{2}\mu\omega^2 A^2\left(\frac{\lambda}{T}\right) \qquad (16.21)$$

$$\boxed{\mathcal{P} = \tfrac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 v}$$

La ecuación 16.1 muestra que la rapidez de transferencia de energía por una onda sinusoidal en una cuerda es proporcional a a) el cuadrado de la frecuencia, b) el cuadrado de la amplitud y c) la rapidez de la onda. De hecho, **la rapidez de transferencia de energía en cualquier onda sinusoidal es proporcional al cuadrado de la frecuencia angular y al cuadrado de la amplitud.**

Pregunta rápida 16.5 ¿Cuál de los siguientes, tomado por sí mismo, sería más efectivo para aumentar la rapidez a la que se transfiere la energía mediante una onda que viaja a lo largo de una cuerda? a) reducir a la mitad la densidad de masa lineal de la cuerda, b) duplicar la longitud de onda de la onda, c) duplicar la tensión en la cuerda, d) duplicar la amplitud de la onda

EJEMPLO 16.5 Potencia suministrada a una cuerda en vibración

Una cuerda tensa para la que $\mu = 5.00 \times 10^{-2}$ kg/m está bajo una tensión de 80.0 N. ¿Cuánta potencia se debe suministrar a la cuerda para generar ondas sinusoidales a una frecuencia de 60.0 Hz y una amplitud de 6.00 cm?

SOLUCIÓN

Conceptualizar Considere una vez más la figura 16.10 y advierta que la varilla vibratoria suministra energía a la cuerda con cierta rapidez. En tal caso esta energía se propaga hacia la derecha a lo largo de la cuerda.

Categorizar Se evalúan cantidades de las ecuaciones desarrolladas en el capítulo, así que este ejemplo se clasifica como un problema de sustitución.

Evalúe la rapidez de onda sobre la cuerda a partir de la ecuación 16.18:

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{80.0\ \text{N}}{5.00 \times 10^{-2}\ \text{kg/m}}} = 40.0\ \text{m/s}$$

Calcule la frecuencia angular ω de las ondas sinusoidales sobre la cuerda a partir de la ecuación 16.9:

$$\omega = 2\pi f = 2\pi(60.0\ \text{Hz}) = 377\ \text{s}^{-1}$$

Use estos valores y $A = 6.00 \times 10^{-2}$ m en la ecuación 16.1 para evaluar la potencia:

$$\begin{aligned}\mathcal{P} &= \tfrac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 v \\ &= \tfrac{1}{2}(5.00 \times 10^{-2}\ \text{kg/m})(377\ \text{s}^{-1})^2(6.00 \times 10^{-2}\ \text{m})^2(40.0\ \text{m/s}) \\ &= \boxed{512\ \text{W}}\end{aligned}$$

¿Qué pasaría si? ¿Y si la cuerda debe transferir energía a una rapidez de 1 000 W? ¿Cuál debe ser la amplitud requerida si todos los otros parámetros permanecen iguales?

Respuesta Establezca una relación de la potencia nueva a la anterior, que refleje sólo un cambio en la amplitud:

$$\frac{\mathcal{P}_{\text{nueva}}}{\mathcal{P}_{\text{anterior}}} = \frac{\frac{1}{2}\mu\omega^2 A_{\text{nueva}}^2 v}{\frac{1}{2}\mu\omega^2 A_{\text{anterior}}^2 v} = \frac{A_{\text{nueva}}^2}{A_{\text{anterior}}^2}$$

Al resolver para la nueva amplitud se obtiene

$$A_{\text{nueva}} = A_{\text{anterior}}\sqrt{\frac{\mathcal{P}_{\text{nueva}}}{\mathcal{P}_{\text{anterior}}}} = (6.00 \text{ cm})\sqrt{\frac{1\,000 \text{ W}}{512 \text{ W}}} = 8.39 \text{ cm}$$

16.6 La ecuación de onda lineal

En la sección 16.1 se introdujo el concepto de función de onda para representar ondas que viajan sobre una cuerda. Todas las funciones de onda $y(x, t)$ representan soluciones de una ecuación llamada *ecuación de onda lineal*. Esta ecuación da una descripción completa del movimiento ondulatorio, y a partir de ella uno puede deducir una expresión para la rapidez de onda. Además, la ecuación de onda lineal es básica para muchas formas de movimiento ondulatorio. En esta sección se deduce esta ecuación como se aplica a ondas sobre cuerdas.

Suponga que una onda viajera se propaga a lo largo de una cuerda que está bajo una tensión T. Considere un pequeño elemento de cuerda de longitud Δx (figura 16.19). Los extremos del elemento forman pequeños ángulos θ_A y θ_B con el eje x. La fuerza neta que actúa sobre el elemento en la dirección vertical es

$$\sum F_y = T \operatorname{sen} \theta_B - T \operatorname{sen} \theta_A = T(\operatorname{sen} \theta_B - \operatorname{sen} \theta_A)$$

Ya que los ángulos son pequeños, se puede usar la aproximación de ángulo pequeño $\operatorname{sen} \theta \approx \tan \theta$ para expresar la fuerza neta como

$$\sum F_y \approx T(\tan \theta_B - \tan \theta_A) \qquad \textbf{(16.22)}$$

Imagine experimentar un desplazamiento infinitesimal hacia afuera desde el extremo del elemento de soga en la figura 16.19 a lo largo de la línea azul que representa la fuerza $\vec{\mathbf{T}}$. Este desplazamiento tiene componentes x y y infinitesimales y se puede representar mediante el vector $dx\hat{\mathbf{i}} + dy\hat{\mathbf{j}}$. La tangente del ángulo respecto al eje x para este desplazamiento es dy/dx. Ya que esta tangente se evalúa en un instante particular de tiempo, se le debe expresar en forma parcial como $\partial y/\partial x$. Al sustituir para las tangentes en la ecuación 16.22 se obtiene

$$\sum F_y \approx T\left[\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_B - \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_A\right] \qquad \textbf{(16.23)}$$

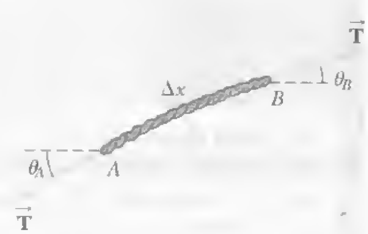


Figura 16.19 Un elemento de cuerda bajo tensión T.

Ahora aplique la segunda ley de Newton al elemento, con la masa del elemento conocido por $m = \mu\,\Delta x$:

$$\sum F_y = ma_y = \mu\Delta x\left(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}\right) \qquad \textbf{(16.24)}$$

Al combinar la ecuación 16.23 con la ecuación 16.24 se obtiene

$$\mu\Delta x\left(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}\right) = T\left[\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_B - \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_A\right]$$

$$\frac{\mu}{T}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{(\partial y/\partial x)_B - (\partial y/dx)_A}{\Delta x} \qquad \textbf{(16.25)}$$

El lado derecho de la ecuación 16.25 se expresa en una forma diferente si advierte que la derivada parcial de cualquier función se define como

$$\frac{\partial f}{\partial x} \equiv \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Al asociar $f(x + \Delta x)$ con $(\partial y/\partial x)_B$ y $f(x)$ con $(\partial y/\partial x)_A$, se ve que, en el límite $\Delta x \to 0$, la ecuación 16.25 se convierte en

Ecuación de onda lineal para una cuerda ▶

$$\frac{\mu}{T}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \qquad (16.26)$$

Esta expresión es la ecuación de onda lineal como se aplica a ondas en una cuerda.

La ecuación de onda lineal (ecuación 16.26) con frecuencia se escribe en la forma

Ecuación de onda lineal en general ▶

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \qquad (16.27)$$

En general la ecuación 16.27 se aplica a diferentes tipos de ondas progresivas. Para ondas en cuerdas y representa la posición vertical de los elementos de la cuerda. Para ondas sonoras y corresponde a la posición longitudinal de los elementos de aire desde el equilibrio o variaciones o en presión o en densidad del gas a través del que se propaga la onda sonora. En el caso de ondas electromagnéticas y corresponde a los componentes del campo eléctrico o magnético.

Se demostró que la función de onda sinusoidal (ecuación 16.10) es una solución de la ecuación de onda lineal (ecuación 16.27). Aunque no se probó en este caso, la ecuación de onda lineal es satisfecha por *cualquier* función de onda que tenga la forma $y = f(x \pm vt)$. Además, se vio que la ecuación de onda lineal es una consecuencia directa de la segunda ley de Newton aplicada a cualquier elemento de una cuerda que transporta una onda progresiva.

Resumen

Una **onda sinusoidal** unidimensional es aquella para la cual las posiciones de los elementos del medio varían en forma sinusoidal. Una onda sinusoidal que viaja hacia la derecha se puede expresar con una **función de onda**

$$y(x, t) = A \operatorname{sen}\left[\frac{2\pi}{\lambda}(x - vt)\right] \qquad (16.5)$$

donde A es la **amplitud**, λ es la **longitud de onda** y v es la **rapidez de onda**.

El **número de onda angular** k y la **frecuencia angular** ω de una onda se definen del modo siguiente:

$$k \equiv \frac{2\pi}{\lambda} \qquad (16.8)$$

$$\omega \equiv \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \qquad (16.9)$$

donde T es el **periodo** de la onda y f es su **frecuencia**

En una **onda transversal** los elementos del medio se mueven en una dirección *perpendicular* a la dirección de propagación. En una **onda longitudinal** los elementos del medio se mueven en una dirección *paralela* a la dirección de propagación.

Cualquier onda unidimensional que viaja con una rapidez v en la dirección x se representa mediante una función de onda de la forma

$$y(x, t) = f(x \pm vt) \qquad \textbf{(16.1, 16.2)}$$

donde el signo positivo se aplica a una onda que viaja en la dirección x negativa y el signo negativo se aplica a una onda que viaja en la dirección x positiva. La forma de la onda en cualquier instante en el tiempo (una instantánea de la onda) se obtiene al mantener t constante.

La rapidez de una onda que viaja sobre una cuerda tensa de masa por unidad de longitud μ y tensión T es

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \qquad \textbf{(16.18)}$$

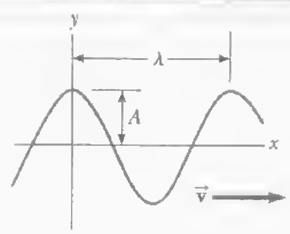
Una onda se refleja total o parcialmente cuando llega al final del medio en el que se propaga o cuando llega a una frontera donde su rapidez cambia de manera discontinua. Si una onda que viaja en una cuerda alcanza un extremo fijo, la onda se refleja e invierte. Si la onda llega a un extremo libre, se refleja mas no se invierte.

La **potencia** transmitida por una onda sinusoidal sobre una cuerda estirada es

$$\mathcal{P} = \tfrac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 v \qquad \textbf{(16.21)}$$

Las funciones de onda son soluciones a una ecuación diferencial llamada **ecuación de onda lineal:**

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \qquad \textbf{(16.27)}$$



Onda progresiva. La rapidez de onda de una onda sinusoidal es

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda f \qquad \textbf{(16.6, 16.12)}$$

Una onda sinusoidal se expresa como

$$y = A \operatorname{sen}(kx - \omega t) \qquad \textbf{(16.10)}$$

Preguntas

O indica pregunta complementaria.

1. ¿Por qué un pulso sobre una cuerda se considera como transversal?
2. ¿Cómo crearía una onda longitudinal en un resorte estirado? ¿Sería posible crear una onda transversal en un resorte?
3. **O i)** Clasifique las ondas representadas por las siguientes funciones de acuerdo con sus amplitudes, de mayor a menor. Si dos ondas tienen la misma amplitud, muéstrelas con igual clasificación.
   a) $y = 2 \operatorname{sen}(3x - 15t + 2)$ b) $y = 4 \operatorname{sen}(3x - 15t)$
   c) $y = 6 \cos(3x + 15t - 2)$ d) $y = 8 \operatorname{sen}(2x + 15t)$
   e) $y = 8 \cos(4x + 20t)$ f) $y = 7 \operatorname{sen}(6x - 24t)$
   ii) Clasifique las mismas ondas de acuerdo con sus longitudes de onda, de mayor a menor. **iii)** Clasifique las mismas ondas de acuerdo con sus frecuencias, de mayor a menor. **iv)** Clasifique las mismas ondas de acuerdo con sus periodos, de mayor a menor. **v)** Clasifique las mismas ondas de acuerdo con sus magnitudes de velocidad, de mayor a menor.
4. **O** Si la cuerda no se estira, ¿en qué factor tendría que multiplicar la tensión en una cuerda tensa de modo que duplique la rapidez de la onda? a) 8, b) 4, c) 2, d) 0.5, e) No podría cambiar la rapidez en un factor predecible al cambiar la tensión.

5. O Cuando todas las cuerdas en una guitarra se estiran a la misma tensión, ¿la rapidez de una onda a lo largo de la cuerda grave con más masa será a) más rápida, b) más lenta o c) igual que la rapidez de una onda en las cuerdas más agudas? Una alternativa, d) ¿la rapidez en la cuerda grave no necesariamente es alguna de estas respuestas?
6. O Si estira una manguera de hule y le da un tirón, puede observar un pulso que viaja hacia arriba y hacia abajo por la manguera. **i)** ¿Qué sucede con la rapidez del pulso si estira la manguera con mayor firmeza? a) Aumenta. b) Disminuye. c) Es constante. d) Cambia de manera impredecible. **ii)** ¿Qué sucede con la rapidez si llena la manguera con agua? Elija de las mismas posibilidades.
7. Cuando un pulso viaja en una cuerda tensa, ¿siempre se invierte en la reflexión? Explique.
8. La rapidez vertical de un segmento de una cuerda tensa horizontal, a través de la que viaja una onda, ¿depende de la rapidez de la onda?
9. O a) ¿Una onda en una cuerda puede moverse con una rapidez de onda que sea mayor que la rapidez transversal máxima $v_{y,\text{máx}}$ de un elemento de la cuerda? b) ¿La rapidez de la onda puede ser mucho mayor que la máxima rapidez del elemento? c) ¿La rapidez de la onda puede ser igual a la máxima rapidez del elemento? d) ¿La rapidez de la onda puede ser menor que $v_{y,\text{máx}}$?
10. Si agita un extremo de una soga tensa de manera estable tres veces cada segundo, ¿cuál sería el periodo de la onda sinusoidal establecida en la soga?
11. Si una soga larga cuelga del techo y se envían ondas hacia arriba de la soga desde su extremo inferior, no ascienden con rapidez constante. Explique.
12. O Una fuente vibratoria con frecuencia constante genera una onda sinusoidal en una cuerda bajo tensión constante. Si la potencia entregada a la cuerda se duplica, ¿en qué factor cambia la amplitud? a) 4, b) 2, c) $\sqrt{2}$, d) 1, e) 0.707, f) no se puede predecir
13. O Si un extremo de una soga pesada se une a un extremo de una soga ligera, una onda se mueve de la soga pesada a la soga más ligera. **i)** ¿Qué sucede con la rapidez de la onda? a) Aumenta. b) Disminuye. c) Es constante. d) Cambia de manera impredecible. **ii)** ¿Qué sucede con la frecuencia? Elija de las mismas posibilidades. **iii)** ¿Qué sucede con la longitud de onda? Elija entre las mismas posibilidades.
14. Un sólido puede transportar tanto ondas longitudinales como ondas transversales, pero un fluido homogéneo sólo transporta ondas longitudinales. ¿Por qué?
15. En un terremoto, desde el foco del movimiento, se propagan ondas S (transversales) y P (longitudinales). El foco está en el suelo abajo del epicentro en la superficie. Suponga que las ondas se mueven en línea recta a través de material uniforme. Las ondas S viajan a través de la Tierra más lentamente que las ondas P (aproximadamente a 5 km/s comparado con 8 km/s). Al detectar el tiempo de llegada de las ondas, ¿cómo puede determinar la distancia al foco del terremoto? ¿Cuántas estaciones de detección se necesitan para localizar el foco sin ambigüedades?
16. En mecánica, con frecuencia, se suponen cuerdas sin masa. ¿Por qué esto no es una buena suposición cuando se discuten ondas sobre cuerdas?

Problemas

Sección 16.1 Propagación de una perturbación

1. En $t = 0$, se describe un pulso transversal en un alambre mediante la función

$$y = \frac{6}{x^2 + 3}$$

donde x y y están en metros. Encuentre la función $y(x, t)$ que describa este pulso si viaja en la dirección x positiva con una rapidez de 4.50 m/s.

2. ● Las olas con una distancia de cresta a cresta de 10.0 m se describen mediante la función de onda

$$y(x, t) = (0.800 \text{ m}) \operatorname{sen} [0.628(x - vt)]$$

donde $v = 1.20$ m/s. a) Bosqueje $y(x, t)$ en $t = 0$. b) Esboce $y(x, t)$ en $t = 2.00$ s. Compare esta gráfica con la del inciso a) y explique similitudes y diferencias. ¿Qué hizo la ola entre la descripción a) y la b)?

Dos puntos A y B en la superficie de la Tierra están a la misma longitud y 60.0° separados en latitud. Suponga que un terremoto en el punto A crea una onda P que llega al punto B al viajar recta a través del cuerpo de la Tierra con una rapidez constante de 7.80 km/s. El terremoto también radia una onda Rayleigh que viaja a lo largo de la superficie de la Tierra a 4.50 km/s. a) ¿Cuál de estas dos ondas sísmicas llega primero a B? b) ¿Cuál es la diferencia de tiempo entre las llegadas de estas dos ondas a B? Considere que el radio de la Tierra es de 6 370 km.

4. Una estación sismográfica recibe ondas S y P de un terremoto, separadas 17.3 s. Suponga que las ondas viajaron sobre la misma trayectoria con magnitudes de velocidad de 4.50 km/s y 7.80 km/s. Encuentre la distancia desde el sismógrafo al hipocentro del terremoto.

Sección 16.2 El modelo de onda progresiva

5. La función de onda para una onda progresiva en una cuerda tensa es (en unidades SI)

$$y(x, t) = (0.350 \text{ m}) \operatorname{sen} \left(10\pi t - 3\pi x + \frac{\pi}{4}\right)$$

a) ¿Cuáles son la rapidez y dirección de viaje de la onda? b) ¿Cuál es la posición vertical de un elemento de la cuerda en $t = 0$, $x = 0.100$ m? c) ¿Cuáles son la longitud de onda y frecuencia de la onda? d) ¿Cuál es la máxima rapidez transversal de un elemento de la cuerda?

6. ● Cierta cuerda uniforme se mantiene bajo tensión constante. a) Dibuje una instantánea lateral de una onda sinusoidal en una cuerda, como se muestra en los diagramas del texto. b) Abajo del diagrama a), dibuje la misma onda en un momento posterior de un cuarto del periodo de la onda. c) Luego, dibuje una onda con una amplitud 1.5 veces mayor que la onda en el diagrama a). d) A continuación, dibuje una onda que difiera de la del diagrama a) sólo por tener una longitud de onda 1.5 veces mayor. e) Por último, dibuje una onda que difiera del diagrama a) por tener una frecuencia 1.5 veces mayor.

7. Una onda sinusoidal viaja a lo largo de una soga. El oscilador que genera la onda completa 40.0 vibraciones en 30.0 s. Además, dado un máximo viaja 425 cm a lo largo de la soga en 10.0 s. ¿Cuál es la longitud de onda de la onda?

8. Para cierta onda transversal, la distancia entre dos crestas sucesivas es 1.20 m, y ocho crestas pasan un punto determinado a lo largo de la dirección de viaje cada 12.0 s. Calcule la rapidez de la onda.

9. Una onda se describe mediante $y = (2.00 \text{ cm}) \text{ sen } (kx - \omega t)$, donde $k = 2.11$ rad/m, $\omega = 3.62$ rad/s, x está en metros y t en segundos. Determine la amplitud, longitud de onda, frecuencia y rapidez de la onda.

10. Cuando un alambre particular vibra con una frecuencia de 4.00 Hz, se produce una onda transversal con longitud de onda de 60.0 cm. Determine la rapidez de las ondas a lo largo del alambre.

11. La cuerda que se muestra en la figura 16.10 se impulsa a una frecuencia de 5.00 Hz. La amplitud del movimiento es 12.0 cm y la rapidez de la onda es de 20.0 m/s. Además, la onda es tal que $y = 0$ en $x = 0$ y $t = 0$. Determine a) la frecuencia angular y b) el número de onda para esta onda. c) Escriba una expresión para la función de onda. Calcule d) la máxima rapidez transversal y e) la máxima aceleración transversal de un punto sobre la cuerda.

12. Considere la onda sinusoidal del ejemplo 16.2 con la función de onda

$$y = (15.0 \text{ cm}) \cos (0.157x - 50.3t)$$

En cierto instante, el punto A está en el origen y el punto B es el primer punto a lo largo del eje x donde la onda está 60.0° fuera de fase con A. ¿Cuál es la coordenada de B?

13. Una onda sinusoidal se describe mediante la función de onda

$$y = (0.25 \text{ m}) \text{ sen } (0.30x - 40t)$$

donde x y y están en metros y t en segundos. Determine para esta onda a) la amplitud, b) la frecuencia angular, c) el número de onda angular, d) la longitud de onda, e) la rapidez de onda y f) la dirección de movimiento.

14. ● a) Grafique y en función de t en $x = 0$ para una onda sinusoidal de la forma y $(15.0 \text{ cm}) \cos (0.157x - 50.3t)$, donde x y y están en centímetros y t en segundos. b) Determine el periodo de vibración de esta gráfica. Argumente la comparación de su resultado con el valor encontrado en el ejemplo 16.2.

a) Escriba la expresión para y como función de x y t para una onda sinusoidal que viaja a lo largo de una soga en la dirección x *negativa* con las siguientes características: $A = 8.00$ cm, $\lambda = 80.0$ cm, $f = 3.00$ Hz y $y(0, t) = 0$ en $t = 0$. b) **¿Qué pasaría si?** Escriba la expresión para y como función de x y t para la onda en el inciso a) si supone que $y(x, 0) = 0$ en el punto $x = 10.0$ cm.

Una onda sinusoidal que viaja en la dirección $-x$ (hacia la izquierda) tiene una amplitud de 20.0 cm, longitud de onda de 35.0 cm y frecuencia de 12.0 Hz. La posición transversal de un elemento del medio en $t = 0$, $x = 0$ es $y = -3.00$ cm, y el elemento tiene en este caso una velocidad positiva. a) Bosqueje la onda en $t = 0$. b) Encuentre su número de onda angular, periodo, frecuencia angular y rapidez de onda. c) Escriba una expresión para la función de onda $y(x, t)$.

17. Una onda transversal en una cuerda se describe mediante la función de onda

$$y = (0.120 \text{ m}) \text{ sen } \left(\frac{\pi}{8} x + 4\pi t\right)$$

a) Determine la rapidez y aceleración transversales de la cuerda en $t = 0.200$ s para el punto en la cuerda ubicado en $x = 1.60$ m. b) ¿Cuáles son la longitud de onda, periodo y rapidez de propagación de esta onda?

Una onda sinusoidal transversal en una cuerda tiene un periodo $T = 25.0$ ms y viaja en la dirección x negativa con una rapidez de 30.0 m/s. En $t = 0$, un elemento de la cuerda en $x = 0$ tiene una posición transversal de 2.00 cm y viaja hacia abajo con una rapidez de 2.00 m/s. a) ¿Cuál es la amplitud de la onda? b) ¿Cuál es el ángulo de fase inicial? c) ¿Cuál es la máxima rapidez transversal de un elemento de la cuerda? d) Escriba la función de onda para la onda.

19. Una onda sinusoidal, con 2.00 m de longitud de onda y 0.100 m de amplitud, viaja en una cuerda con una rapidez de 1.00 m/s hacia la derecha. Al inicio, el extremo izquierdo de la cuerda está en el origen. Encuentre a) la frecuencia y frecuencia angular, b) el número de onda angular y c) la función de onda. Determine la ecuación de movimiento para d) el extremo izquierdo de la cuerda y e) el punto en la cuerda en $x = 1.50$ m a la derecha del extremo izquierdo. f) ¿Cuál es la máxima rapidez de cualquier punto en la cuerda?

20. Una onda en una cuerda se describe mediante la función de onda $y = (0.100 \text{ m}) \text{ sen } (0.50x - 20t)$. a) Demuestre que un elemento de la cuerda en $x = 2.00$ m ejecuta movimiento armónico. b) Determine la frecuencia de oscilación de este punto particular.

Sección 16.3 La rapidez de ondas en cuerdas

21. Un cordón de teléfono de 4.00 m de largo, que tiene una masa de 0.200 kg. Un pulso transversal se produce al sacudir un extremo del cordón tenso. El pulso hace cuatro viajes de atrás para adelante a lo largo del cordón en 0.800 s. ¿Cuál es la tensión del cordón?

Una onda progresiva transversal en un alambre tenso tiene una amplitud de 0.200 mm y una frecuencia de 500 Hz. Viaja con una rapidez de 196 m/s. a) Escriba una ecuación en unidades SI de la forma $y = A \text{ sen } (kx - \omega t)$ para esta onda. b) La masa por unidad de longitud de este alambre es 4.10 g/m. Encuentre la tensión en el alambre.

23. Una cuerda de piano, que tiene una masa por unidad de longitud igual a 5.00×10^{-3} kg/m, está bajo una tensión de 1 350 N. Encuentre la rapidez con la que una onda viaja en esta cuerda.

Pulsos transversales viajan con una rapidez de 200 m/s a lo largo de un alambre de cobre tenso cuyo diámetro es de 1.50 mm. ¿Cuál es la tensión en el alambre? (La densidad del cobre es 8.92 g/cm^3.)

25. Un astronauta en la Luna quiere medir el valor local de la aceleración en caída libre al cronometrar pulsos que viajan por un alambre del que cuelga un objeto de gran masa. Suponga que un alambre tiene una masa de 4.00 g y una longitud de 1.60 m, y suponga que de él está suspendido un objeto de 3.00 kg. Un pulso requiere 36.1 ms para atravesar la longitud del alambre. Calcule g_{Luna} a partir de estos datos. (Puede ignorar la masa del alambre cuando calcule la tensión en él.)

Un péndulo simple consiste de una bola de masa M que cuelga de una cuerda uniforme de masa m y longitud L, con $m << M$. Sea T el periodo de oscilaciones para el péndulo. Determine la rapidez de una onda transversal en la cuerda cuando el péndulo cuelga en reposo.

Ondas transversales viajan con una rapidez de 20.0 m/s en una cuerda bajo una tensión de 6.00 N. ¿Qué tensión se requiere para una rapidez de onda de 30.0 m/s en la misma cuerda?

Problema de repaso. Una cuerda ligera, con una masa por unidad de longitud de 8.00 g/m, tiene sus extremos amarrados a dos paredes separadas por una distancia igual a tres cuartos la longitud de la cuerda (figura P16.28). Un objeto de masa m se suspende del centro de la cuerda y pone tensión en la cuerda. a) Encuentre una expresión para la rapidez de onda transversal en la cuerda como función de la masa del objeto colgante. b) ¿Cuál debe ser la masa del objeto suspendido de la cuerda si la rapidez de onda es de 60.0 m/s?

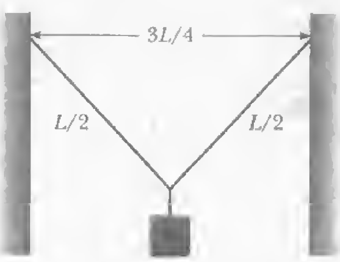


Figura P16.28

El límite elástico de una pieza de alambre de acero es 2.70×10^8 Pa. ¿Cuál es la máxima rapidez a la que pulsos de onda transversales pueden propagarse a lo largo de este alambre sin exceder este esfuerzo? (La densidad del acero es 7.86×10^3 kg/m^3.)

30. ● Una estudiante en un examen encuentra en una hoja de referencia las dos ecuaciones siguientes

$$f = \frac{1}{T} \quad \text{y} \quad v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

Ella olvidó lo que representa T en cada ecuación. a) Use análisis dimensional para determinar las unidades requeridas para T en cada ecuación. b) Explique cómo puede identificar, a partir de las unidades, la cantidad física que representa cada T.

Un alambre de acero de 30.0 m de longitud y un alambre de cobre de 20.0 m de longitud, ambos con 1.00 mm de diámetro, se conectan extremo con extremo y se estiran a una tensión de 150 N. ¿Durante qué intervalo de tiempo una onda transversal viajará toda la longitud de los dos alambres?

Sección 16.5 Rapidez de transferencia de energía mediante ondas sinusoidales en cuerdas

32. Una soga tensa tiene una masa de 0.180 kg y una longitud de 3.60 m. ¿Qué potencia se debe suministrar a la soga para que genere ondas sinusoidales que tengan una amplitud de 0.100 m y una longitud de onda de 0.500 m y viajen con una rapidez de 30.0 m/s?

Una onda acuática en dos dimensiones se dispersa en ondulaciones circulares. Demuestre que la amplitud A a una distancia r desde la perturbación inicial es proporcional a $1/\sqrt{r}$. *Sugerencia:* Considere la energía que porta una ondulación que se mueve hacia afuera.

34. En una soga bajo tensión constante se generan ondas transversales. ¿En qué factor aumenta o disminuye la potencia requerida si a) la longitud de la soga se duplica y la frecuencia angular permanece constante, b) la amplitud se duplica y la frecuencia angular se reduce a la mitad, c) se duplican tanto la longitud de onda como la amplitud, y d) se reducen a la mitad tanto la longitud de la cuerda como la longitud de onda?

35. Ondas sinusoidales de 5.00 cm de amplitud se transmitirán a lo largo de una cuerda que tiene una densidad de masa lineal de 4.00×10^{-2} kg/m. La fuente puede entregar una potencia máxima de 300 W y la cuerda está bajo una tensión de 100 N. ¿Cuál es la frecuencia más alta a la que puede funcionar la fuente?

Un segmento de 6.00 m de una cuerda larga contiene cuatro ondas completas y tiene una masa de 180 g. La cuerda vibra sinusoidalmente con una frecuencia de 50.0 Hz y un desplazamiento de cresta a valle de 15.0 cm. (La distancia "cresta a valle" es la distancia vertical desde la posición positiva más lejana hasta la posición negativa más lejana.) a) Encuentre la función que describe esta onda que viaja en la dirección x positiva. b) Determine la potencia a suministrar a la cuerda.

37. Una onda sinusoidal en una cuerda se describe mediante la función de onda

$$y = (0.15 \text{ m}) \text{ sen } (0.80x - 50t)$$

donde x y y están en metros y t en segundos. La masa por unidad de longitud de esta cuerda es 12.0 g/m. Determine a) la rapidez de la onda, b) la longitud de onda, c) la frecuencia y d) la potencia transmitida a la onda.

La función de onda para una onda sobre una cuerda tensa es

$$y(x, t) = (0.350 \text{ m}) \text{ sen } \left(10\pi t - 3\pi x + \frac{\pi}{4}\right)$$

donde x está en metros y t en segundos. a) ¿Cuál es la rapidez promedio a la que se transmite la energía a lo largo de la cuerda si la densidad de masa lineal es de 75.0 g/m? b) ¿Cuál es la energía contenida en cada ciclo de la onda?

Una cuerda horizontal puede transmitir una potencia máxima $\mathcal{P}_0$ (sin romperse) si por ella viaja una onda con amplitud A y frecuencia angular ω. Para aumentar esta potencia máxima, un estudiante dobla la cuerda y usa esta "cuerda doble" como medio. Determine la potencia máxima que se puede transmitir a lo largo de la "cuerda doble", si supone que la tensión en las dos hebras juntas es la misma que la tensión original en la cuerda individual.

40. ● En una región lejana del epicentro de un terremoto, una onda sísmica se modela como transporte de energía en una sola dirección sin absorción, tal como lo hace una onda en una cuerda. Suponga que la onda sísmica se mueve de granito a

fango con densidad similar pero con un módulo volumétrico mucho menor. Suponga que la rapidez de la onda cae gradualmente en un factor de 25.0, con reflexión despreciable de la onda. Explique si la amplitud del suelo que se agita aumentará o disminuirá. ¿Cambia en un factor predecible? Este fenómeno condujo al colapso de parte de la autopista Nimitz en Oakland, California, durante el terremoto de Loma Prieta en 1989.

Sección 16.6 La ecuación de onda lineal

41. ● a) Evalúe A en la igualdad escalar $(7 + 3)4 = A$. b) Evalúe A, B y C en la igualdad vectorial $7.00\hat{\mathbf{i}} + 3.00\hat{\mathbf{k}} = A\hat{\mathbf{i}} + B\hat{\mathbf{j}} + C\hat{\mathbf{k}}$. Explique las respuestas para convencer a un estudiante, quien cree que usted no puede resolver una sola ecuación para tres incógnitas diferentes. c) **¿Qué pasaría si?** La igualdad funcional o identidad

$$A + B\cos(Cx + Dt + E) = (7.00 \text{ mm})\cos(3x + 4t + 2)$$

es verdadera para todos los valores de las variables x y t, medida en metros y en segundos, respectivamente. Evalúe las constantes A, B, C, D y E. Explique cómo llega a las respuestas.

42. Demuestre que la función de onda $y = e^{b(x-vt)}$ es una solución de la ecuación de onda lineal (ecuación 16.27), donde b es una constante.

43. Demuestre que la función de onda $y = \ln[b(x - vt)]$ es una solución de la ecuación 16.27, donde b es una constante.

a) Demuestre que la función $y(x, t) = x^2 + v^2t^2$ es una solución a la ecuación de onda. b) Demuestre que la función en el inciso a) se puede escribir como $f(x + vt) + g(x - vt)$ y determine las formas funcionales para f y g. c) **¿Qué pasaría si?** Repita los incisos a) y b) para la función $y(x, t) = \text{sen}(x)\cos(vt)$.

Problemas adicionales

45. La "ola" es un tipo particular de pulso que se puede propagar a través de una gran multitud reunida en un estadio deportivo (figura P16.45). Los elementos del medio son los espectadores, con posición cero cuando están sentados y posición máxima cuando están de pie y elevan sus brazos. Si una gran cantidad de espectadores participa en el movimiento ondulatorio, se desarrolla una forma de pulso de cierta estabilidad. La rapidez de la onda depende del tiempo de reacción de las personas, que por lo general está en el orden de 0.1 s. Estime el orden de magnitud, en minutos, del intervalo de tiempo requerido para que tal pulso dé una vuelta completa alrededor de un gran estadio deportivo. Establezca las cantidades que mida o estime y sus valores.

Figura P16.45

● Una onda sinusoidal en una cuerda se describe mediante la función de onda

$$y = (0.150 \text{ m}) \text{ sen } (0.800x - 50.0t)$$

donde x está en metros y t en segundos. La masa por cada longitud de la cuerda es 12.0 g/m. a) Encuentre la máxima aceleración transversal de un elemento en esta cuerda. b) Determine la máxima fuerza transversal sobre un segmento de cuerda de 1.00 cm. Establezca cómo se compara esta fuerza con la tensión en la cuerda.

47. Las películas se proyectan a 24.0 cuadros por segundo. Cada cuadro es una fotografía de 19.0 mm de alto. ¿Con qué rapidez constante pasa la película en el proyector?

Una onda transversal sobre una cuerda se describe mediante la función de onda

$$y(x, t) = (0.350 \text{ m}) \text{ sen } [(1.25 \text{ rad/m})x + (99.6 \text{ rad/s})t]$$

Considere el elemento de la cuerda en $x = 0$. a) ¿Cuál es el intervalo de tiempo entre los primeros dos instantes cuando este elemento tiene una posición de $y = 0.175$ m? b) ¿Qué distancia recorre la onda durante este intervalo de tiempo?

Problema de repaso. Un bloque de 2.00 kg cuelga de una cuerda de caucho, y se sostiene de modo que la cuerda no se estira. La longitud no estirada de la cuerda es de 0.500 m y su masa es de 5.00 g. La "constante de resorte" para la cuerda es 100 N/m. El bloque se libera y detiene en el punto más bajo. a) Determine la tensión en la cuerda cuando el bloque está en este punto más bajo. b) ¿Cuál es la longitud de la cuerda en esta posición "estirada"? c) Encuentre la rapidez de una onda transversal en la cuerda si el bloque se mantiene en esta posición más baja.

Problema de repaso. Un bloque de masa M cuelga de una cuerda de caucho. El bloque se suspende de modo que la cuerda no se estira. La longitud no estirada de la cuerda es L_0 y su masa es m, mucho menor que M. La "constante de resorte" para la cuerda es k. El bloque se libera y detiene en el punto más bajo. a) Determine la tensión en la cuerda cuando el bloque está en el punto más bajo. b) ¿Cuál es la longitud de la cuerda en la posición "estirada"? c) Encuentre la rapidez de una onda transversal en la cuerda si el bloque se mantiene en la posición más baja.

● Un terremoto o un deslizamiento de tierra produce una onda oceánica de corta duración que transporte gran energía, llamada tsunami. Cuando su longitud de onda es grande comparada con la profundidad del océano d, la rapidez de una onda acuática se conoce aproximadamente por $v = \sqrt{gd}$. a) Explique por qué la amplitud de la onda aumenta a medida que la onda se aproxima a la playa. ¿Qué se considera constante en el movimiento de cualquier cresta de la onda? b) Suponga que un terremoto se presenta a lo largo de la frontera de una placa tectónica que corre de norte a sur y produce una cresta de onda tsunami recta que se mueve en todas partes hacia el oeste. Si la onda tiene una amplitud de 1.80 m cuando su rapidez es de 200 m/s, ¿cuál será su amplitud donde el agua tenga 9.00 m de profundidad? c) Explique por qué se debe esperar que la amplitud en la playa sea todavía mayor, pero no se puede predecir significativamente mediante su modelo.

Problema de repaso. Un bloque de masa M, sostenido por una cuerda, descansa sobre un plano inclinado sin fricción que forma un ángulo θ con la horizontal (figura P16.52). La

longitud de la cuerda es L y su masa es $m << M$. Deduzca una expresión para el intervalo de tiempo para que una onda transversal viaje de un extremo de la cuerda al otro.

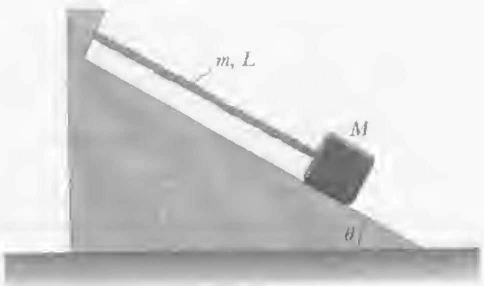


Figura P16.52

● Una cuerda con densidad lineal de 0.500 g/m se mantiene bajo tensión de 20.0 N. A medida que una onda sinusoidal transversal se propaga en la cuerda, los elementos de la cuerda se mueven con máxima rapidez $v_{y,máx}$. a) Determine la potencia transmitida por la onda como función de $v_{y,máx}$. b) Establezca cómo la potencia depende de $v_{y,máx}$. c) Encuentre la energía contenida en una sección de cuerda de 3.00 m de largo. Exprésela como función de $v_{y,máx}$ y la masa m_3 de esta sección. d) Encuentre la energía que la onda porta al pasar por un punto en 6.00 s.

54. Una onda sinusoidal en una soga se describe mediante la función de onda

$$y = (0.20 \text{ m}) \text{ sen } (0.75\pi x + 18\pi t)$$

donde x y y están en metros y t en segundos. La soga tiene una densidad de masa lineal de 0.250 kg/m. La tensión en la soga la proporciona un arreglo como el que se ilustra en la figura 16.12. ¿Cuál es la masa del objeto suspendido?

Un bloque de 0.450 kg de masa se une al un extremo de una cuerda de 0.003 20 kg de masa; el otro extremo de la cuerda se une a un punto fijo. El bloque da vueltas con rapidez angular constante en un círculo sobre una mesa horizontal sin fricción. ¿A través de qué ángulo el bloque da vueltas en el intervalo de tiempo durante el que una onda transversal viaja a lo largo de la cuerda desde el centro del círculo hasta el bloque?

Un alambre de densidad ρ se afila de modo que su área de sección transversal varía con x de acuerdo con

$$A = (1.0 \times 10^{-3}x + 0.010) \text{ cm}^2$$

a) La tensión en el alambre es T. Deduzca una relación para la rapidez de una onda como función de la posición. b) **¿Qué pasaría si?** Suponga que el alambre es de aluminio y está bajo una tensión de 24.0 N. Determine la rapidez de onda en el origen y en $x = 10.0$ m.

Una soga con masa total m y longitud L está suspendida verticalmente. Demuestre que un pulso transversal recorre la longitud de la soga en un intervalo de tiempo $\Delta t = 2\sqrt{L/g}$. *Sugerencia:* Primero encuentre una expresión para la rapidez de onda en cualquier punto a una distancia x desde el extremo inferior, al considerar la tensión de la soga como resultado del peso del segmento abajo de dicho punto.

58. Suponga que un objeto de masa M está suspendido de la parte baja de la soga en el problema 57. a) Demuestre que el intervalo de tiempo para que un pulso transversal recorra la longitud de la soga es

$$\Delta t = 2\sqrt{\frac{L}{mg}}\left(\sqrt{M + m} - \sqrt{M}\right)$$

¿Qué pasaría si? b) Demuestre que la expresión en el inciso a) se reduce al resultado del problema 57 cuando $M = 0$. c) Demuestre que para $m << M$, la expresión en el inciso a) se reduce a

$$\Delta t = \sqrt{\frac{mL}{Mg}}$$

En el problema 57 se establece que un pulso viaja desde la parte baja hasta lo alto de una soga colgante de longitud L en un intervalo de tiempo $\Delta t = 2\sqrt{L/g}$. Use este resultado para responder las siguientes preguntas. (No es necesario establecer alguna integración nueva.) a) ¿Durante qué intervalo de tiempo un pulso viaja a la mitad de la soga? Dé su respuesta como una fracción de la cantidad $2\sqrt{L/g}$. b) Un pulso comienza a viajar por la soga. ¿Qué distancia viajó el pulso después de un intervalo de tiempo $\sqrt{L/g}$?

60. Si un rizo de cadena se hace girar con gran rapidez, puede rodar a lo largo del suelo como un aro circular sin colapsar. Considere una cadena con densidad de masa lineal uniforme μ cuyo centro de masa viaja hacia la derecha con gran rapidez v_0. a) Determine la tensión en la cadena en términos de μ y v_0. b) Si el rizo rueda sobre un bache, la deformación resultante de la cadena hace que dos pulsos transversales se propaguen a lo largo de la cadena, uno en sentido de las manecillas del reloj y otra en sentido contrario. ¿Cuál es la rapidez de los pulsos que viajan a lo largo de la cadena? c) ¿A través de qué ángulo viaja cada pulso durante el intervalo de tiempo en el que el rizo da una revolución?

Problema de repaso. Un alambre de aluminio se sujeta fuertemente en cada extremo bajo tensión cero a temperatura ambiente. Al reducir la temperatura, lo que resulta en una disminución en la longitud de equilibrio del alambre, aumenta la tensión en el alambre. ¿Qué deformación ($\Delta L/L$) resulta en una rapidez de onda transversal de 100 m/s? Considere que el área de sección transversal del alambre es igual a 5.00×10^{-6} m^2, la densidad es de 2.70×10^3 kg/m^3 y el módulo de Young es 7.00×10^{10} N/m^2.

62. a) Demuestre que la rapidez de las ondas longitudinales a lo largo de un resorte con constante de fuerza k es $v = \sqrt{kL/\mu}$, donde L es la longitud no estirada del resorte y μ es la masa por unidad de longitud. b) Un resorte con una masa de 0.400 kg tiene una longitud no estirada de 2.00 m y una constante de fuerza de 100 N/m. Con el resultado obtenido en el inciso a), determine la rapidez de las ondas longitudinales a lo largo de este resorte.

Un pulso que viaja a lo largo de una cuerda con densidad de masa lineal μ se describe mediante la función de onda

$$y = [A_0 e^{-bx}] \text{ sen } (kx - \omega t)$$

donde el factor entre corchetes se dice que es la amplitud. a) ¿Cuál es la potencia $\mathcal{P}(x)$ que porta esta onda en un punto x? b) ¿Cuál es la potencia que porta esta onda en el origen? c) Calcule la proporción $\mathcal{P}(x)/\mathcal{P}(0)$.

64. Un terremoto en el suelo del océano del golfo de Alaska produce un tsunami que alcanza Hilo, Hawaii, a 4 450 km de distancia, en un intervalo de tiempo de 9 h 30 min. Los tsunami tienen enormes longitudes de onda (100 a 200 km)

= intermedio; 3 = desafiante; ▢ = razonamiento simbólico; ● = razonamiento cualitativo

y la rapidez de propagación para estas ondas es $v \approx \sqrt{gd}$, donde d es la profundidad promedio del agua. A partir de la información dada, encuentre la rapidez de onda promedio y la profundidad oceánica promedio entre Alaska y Hawaii. (Este método se usó en 1856 para estimar la profundidad promedio del océano Pacífico mucho antes de que los sonares produjeran una determinación directa.)

65. Una cuerda en un instrumento musical se mantiene bajo tensión T y se extiende desde el punto $x = 0$ hasta el punto $x = L$. La cuerda está devanada con alambre de tal forma que su masa por unidad de longitud $\mu(x)$ aumenta uniformemente de μ_0 en $x = 0$ a μ_L en $x = L$. a) Encuentre una expresión para $\mu(x)$ como una función de x sobre el intervalo $0 \leq x \leq L$. b) Demuestre que el intervalo de tiempo requerido para que un pulso transversal recorra la longitud de la cuerda se conoce por

$$\Delta t = \frac{2L\left(\mu_L + \mu_0 + \sqrt{\mu_L \mu_0}\right)}{3\sqrt{T}\left(\sqrt{\mu_L} + \sqrt{\mu_0}\right)}$$

Respuestas a las preguntas rápidas

16.1 **i)**, b). Es longitudinal porque la perturbación (el corrimiento de posición de las personas) es paralela a la dirección en que viaja la onda. **ii)**, a). Es transversal porque las personas se paran de pie y se sientan (movimiento vertical), mientras que la ola se mueve hacia la izquierda o hacia la derecha.

16.2 **i)**, c). La rapidez de la onda está determinada por el medio, de modo que no se afecta al cambiar la frecuencia. **ii)**, b). Ya que la rapidez de onda permanece igual, el resultado de duplicar la frecuencia es que la longitud de onda reduce a la mitad. **iii)**, d). La amplitud de una onda no se relaciona con la rapidez de la onda, así que no se puede determinar la nueva amplitud sin más información.

16.3 c). Con una amplitud más grande, un elemento de la cuerda tiene más energía asociada con su movimiento armónico simple, así que el elemento pasa a través de la posición de equilibrio con una rapidez transversal máxima mayor.

16.4 Sólo las respuestas f) y h) son correctas. Las opciones a) y b) afectan la rapidez transversal de una partícula de la cuerda, mas no la rapidez de la onda a lo largo de la cuerda. Las opciones c) y d) cambian la amplitud. Las opciones e) y g) aumentan el intervalo de tiempo al reducir la rapidez de la onda.

16.5 d). Duplicar la amplitud de la onda hace que la potencia sea mayor en un factor de 4. En la opción a), reducir a la mitad la densidad de masa lineal de la cuerda hace que la potencia cambie en un factor de 0.71 y la rapidez disminuye. En la opción b), duplicar la longitud de onda de la onda reduce a la mitad la frecuencia y hace que la potencia cambie en un factor de 0.25, y la rapidez disminuye. En la opción c), duplicar la tensión en la cuerda cambia la rapidez de onda y hace que la potencia cambie en un factor de 1.4, que no es tan grande como en la opción d).

Los oídos humanos evolucionaron para detectar ondas sonoras e interpretarlas, como la música o el habla. Algunos animales, como este joven zorro orejas de murciélago, tienen oídos adaptados para detectar sonidos muy débiles. (Getty Images)

17.1 Rapidez de ondas sonoras
17.2 Ondas sonoras periódicas
17.3 Intensidad de ondas sonoras periódicas
17.4 El efecto Doppler
17.5 Grabación de sonido digital
17.6 Sonido cinematográfico

17 Ondas sonoras

Las ondas sonoras viajan a través de cualquier medio material con una rapidez que depende de las propiedades del medio. A medida que las ondas sonoras viajan a través del aire, los elementos del aire vibran para producir cambios en densidad y presión a lo largo de la dirección del movimiento de la onda. Si la fuente de las ondas sonoras vibra sinusoidalmente, las variaciones de presión también son sinusoidales. La descripción matemática de las ondas sonoras sinusoidales es muy parecida a las ondas sinusoidales en cuerdas, que se explicaron en el capítulo 16.

Las ondas sonoras se dividen en tres categorías que cubren diferentes intervalos de frecuencia. 1) Las *ondas audibles* se encuentran dentro del intervalo de sensibilidad del oído humano. Es posible generarlas en una variedad de formas, como de instrumentos musicales, voces humanas o bocinas. 2) Las *ondas infrasónicas* tienen frecuencias por abajo del intervalo audible. Los elefantes usan ondas infrasónicas para comunicarse mutuamente, aun cuando estén separados por varios kilómetros. 3) Las *ondas ultrasónicas* tienen frecuencias por arriba del alcance audible. Es posible que usted haya usado silbatos "silenciosos" para llamar a su perro. Los perros escuchan el sonido ultrasónico que emite este silbato, para los humanos es imposible detectarlo. Las ondas ultrasónicas también se usan para la formación de imagen médica.

Este capítulo inicia con una explicación de la rapidez de las ondas sonoras y continúa con la intensidad de onda, que es una función de la amplitud de onda. Después se pro-

porciona una descripción alternativa de la intensidad de las ondas sonoras que resume la gran variación de intensidades a las cuales el oído es sensible, en un intervalo más pequeño por conveniencia. También se investigan los efectos que el movimiento de las fuentes y los escuchas tienen sobre la frecuencia de un sonido. Por último, se explora la reproducción digital del sonido, con un enfoque particular en los sistemas sonoros que se usan en las películas actuales.

17.1 Rapidez de ondas sonoras

En la figura 17.1 se describe gráficamente el movimiento de un pulso longitudinal unidimensional móvil a través de un tubo largo que contiene un gas compresible. Un pistón en el extremo izquierdo se mueve hacia la derecha para comprimir el gas y crear el pulso. Antes de que el pistón se mueva, el gas no está perturbado y tiene densidad uniforme, como se representa mediante la región coloreada en el mismo tono de la figura 17.1a. Cuando el pistón se empuja súbitamente hacia la derecha (figura 17.1b), el gas justo enfrente de él se comprime (como se representa mediante la región con el tono más oscuro); la presión y la densidad en esta región ahora son mayores de lo que eran antes de que el pistón se moviera. Cuando el pistón se detiene (figura 17.1c), la región comprimida del gas continúa en movimiento hacia la derecha, lo que corresponde a un pulso longitudinal que viaja a través del tubo con rapidez v.

La rapidez de las ondas sonoras en un medio depende de la compresibilidad y la densidad del medio; si éste es un líquido o un gas y tiene un módulo volumétrico B (véase la sección 12.4) y densidad ρ, la rapidez de las ondas sonoras en dicho medio es

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}} \qquad (17.1)$$

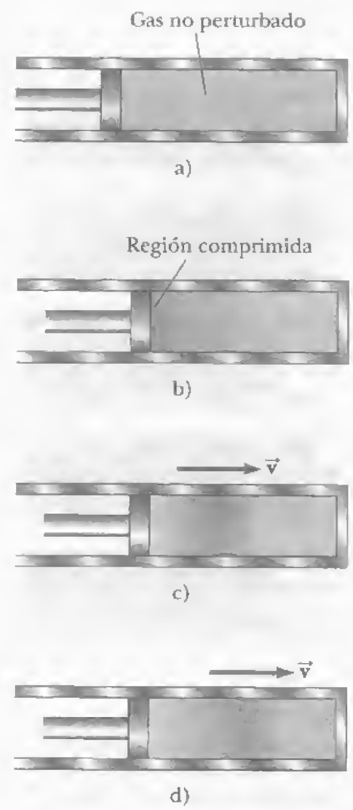


Figura 17.1 Movimiento de un pulso longitudinal a través de un gas compresible. La compresión (región más oscura) la produce el pistón en movimiento.

Resulta interesante comparar esta expresión con la ecuación 16.18 para la rapidez de las ondas transversales en una cuerda, $v = \sqrt{T/\mu}$. En ambos casos la rapidez de la onda depende de una propiedad elástica del medio (módulo volumétrico B o tensión en la cuerda T) y de una propiedad inercial del medio (ρ o μ). De hecho, la rapidez de todas las ondas mecánicas sigue una expresión de la forma general

$$v = \sqrt{\frac{\text{propiedad elástica}}{\text{propiedad inercial}}}$$

Para ondas sonoras longitudinales en una barra sólida de material, por ejemplo, la rapidez del sonido depende del módulo de Young Y y de la densidad ρ. La tabla 17.1 proporciona la rapidez del sonido en materiales diferentes.

La rapidez del sonido también depende de la temperatura del medio. La relación entre la rapidez de la onda y la temperatura del aire, para sonido que viaja a través del aire, es

$$v = (331 \text{ m/s})\sqrt{1 + \frac{T_C}{273°C}}$$

donde 331 m/s es la rapidez del sonido en aire a 0°C y T_C es la temperatura del aire en grados Celsius. Con esta ecuación, uno encuentra que, a 20°C, la rapidez del sonido en el aire es aproximadamente 343 m/s.

Esta información proporciona una forma conveniente de estimar la distancia de una tormenta. Primero cuente el número de segundos entre ver el destello del relámpago y escuchar el trueno. Dividir este tiempo entre 3 da la distancia aproximada al relámpago en kilómetros, porque 343 m/s es aproximadamente $\frac{1}{3}$ km/s. Dividir el tiempo en segundos entre 5 da la distancia aproximada al relámpago en millas, porque la rapidez del sonido es aproximadamente $\frac{1}{5}$ mi/s.

TABLA 17.1

Rapidez del sonido en diferentes medios

Medio	v (m/s)	Medio	v (m/s)	Medio	v (m/s)
Gases		**Líquidos a 25°C**		**Sólidos**[a]	
Hidrógeno (0°C)	1 286	Glicerol	1 904	Vidrio Pyrex	5 640
Helio (0°C)	972	Agua de mar	1 533	Hierro	5 950
Aire (20°C)	343	Agua	1 493	Aluminio	6 420
Aire (0°C)	331	Mercurio	1 450	Latón	4 700
Oxígeno (0°C)	317	Queroseno	1 324	Cobre	5 010
		Alcohol metílico	1 143	Oro	3 240
		Tetracloruro de carbono	926	Lucita	2 680
				Plomo	1 960
				Caucho	1 600

[a] Los valores conocidos son para propagación de ondas longitudinales en medios volumétricos. Las magnitudes de velocidad para ondas longitudinales en barras delgadas son menores, y las magnitudes de velocidad de ondas transversales en volumen son aún más pequeñas.

17.2 Ondas sonoras periódicas

Uno puede producir una onda sonora periódica unidimensional en un tubo largo delgado que contenga un gas, mediante un pistón en oscilación en un extremo, como se muestra en la figura 17.2. Las partes más oscuras de las áreas coloreadas en esta figura representan regiones en las que el gas está comprimido y la densidad y presión están por arriba de sus valores de equilibrio. Una región comprimida se forma siempre que el pistón se empuje en el tubo. Esta región comprimida, llamada **compresión**, se mueve a través del tubo, y comprime continuamente la región justo enfrente de ella misma. Cuando el pistón se jala hacia atrás, el gas enfrente de él se expande y la presión y la densidad en esta región caen por abajo de sus valores de equilibrio (representada por las partes más claras de las áreas coloreadas en la figura 17.2). Estas regiones de baja presión, llamadas **enrarecimiento**, también se propagan a lo largo del tubo, siguiendo las compresiones. Ambas regiones se mueven a la rapidez del sonido en el medio.

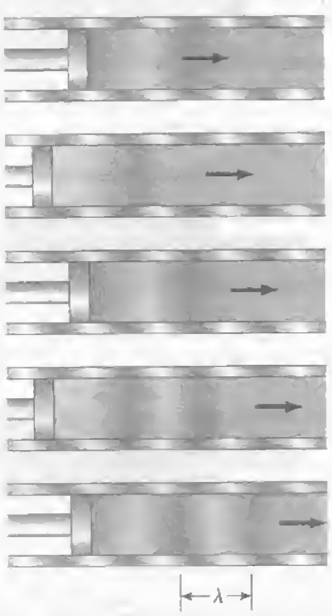


Figura 17.2 Una onda longitudinal que se propaga a través de un tubo lleno de gas. La fuente de la onda es un pistón en oscilación a la izquierda.

A medida que el pistón tiene una oscilación sinusoidal, se establecen continuamente regiones de compresión y enrarecimiento. La distancia entre dos compresiones sucesivas (o dos enrarecimientos sucesivos) iguala la longitud de onda λ de la onda sonora. Mientras estas regiones viajan a través del tubo, cualquier elemento pequeño del medio se mueve con movimiento armónico simple paralelo a la dirección de la onda. Si $s(x, t)$ es la posición de un elemento pequeño en relación con su posición de equilibrio,[1] se puede expresar esta función de posición armónica como

$$s(x, t) = s_{\text{máx}} \cos (kx - \omega t) \tag{17.2}$$

donde $s_{\text{máx}}$ es la posición máxima del elemento relativo al equilibrio. Con frecuencia, este parámetro se llama **amplitud de desplazamiento** de la onda. El parámetro k es el número de onda, y ω es la frecuencia angular de la onda. Advierta que el desplazamiento del elemento es a lo largo de x, en la dirección de propagación de la onda sonora, lo que significa que se trata de una onda longitudinal.

La variación en la presión del gas ΔP observada desde el valor de equilibrio también es periódica. Para la función de posición en la ecuación 17.2, ΔP se conoce por

$$\Delta P = \Delta P_{\text{máx}} \operatorname{sen} (kx - \omega t) \tag{17.3}$$

[1] En este caso se usa $s(x, t)$ en lugar de $y(x, t)$ porque el desplazamiento de los elementos del medio no es perpendicular a la dirección x.

donde **la amplitud de presión $\Delta P_{\text{máx}}$**, que es el cambio máximo en presión desde el valor de equilibrio, se proporciona por

$$\Delta P_{\text{máx}} = \rho v \omega s_{\text{máx}} \tag{17.4}$$

La ecuación 17.3 se deduce en el ejemplo 17.1.

Se considera que una onda sonora es una onda de desplazamiento o una onda de presión. Una comparación de las ecuaciones 17.2 y 17.3 muestra que **la onda de presión está 90° fuera de fase con la onda de desplazamiento**. En la figura 17.3 se muestran gráficas de estas funciones. La variación de presión es un máximo cuando el desplazamiento desde el equilibrio es cero, y el desplazamiento desde el equilibrio es un máximo cuando la variación de presión es cero.

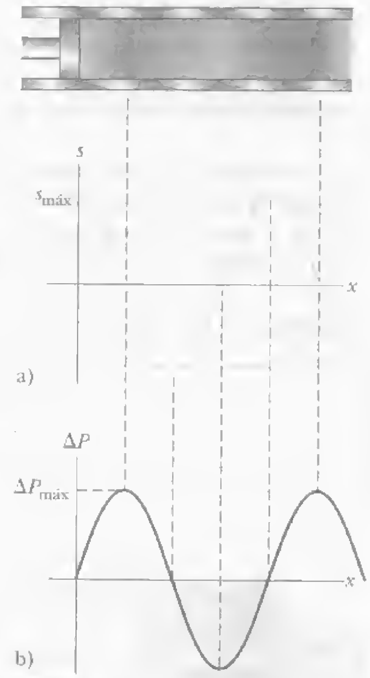


Figura 17.3 a) Amplitud de desplazamiento y b) amplitud de presión en función de la posición para una onda longitudinal sinusoidal.

Pregunta rápida 17.1 Si usted sopla a través de la parte superior de una botella de refresco vacía, un pulso de sonido viaja a través del aire en la botella. En el momento cuando el pulso llega al fondo de la botella, ¿cuál es la descripción correcta del desplazamiento de elementos de aire desde sus posiciones de equilibrio y la presión del aire en este punto? a) El desplazamiento y la presión están en un máximo. b) El desplazamiento y la presión están en un mínimo. c) El desplazamiento es cero y la presión es un máximo. d) El desplazamiento es cero y la presión es un mínimo.

EJEMPLO 17.1 Deducción de la ecuación 17.3

Obtener la expresión para la variación de presión en una onda sonora conocida por la ecuación 17.3.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Considere un elemento de gas con forma de disco delgado, cuyas caras planas sean paralelas al pistón en la figura 17.2. Este elemento se someterá a cambios en posición, presión y densidad a medida que una onda sonora se propaga a través del gas.

Categorizar Esta deducción combina propiedades elásticas de un gas (capítulo 12) con el fenómeno ondulatorio explicado en este capítulo.

Analizar El elemento de gas tiene un grosor Δx en la dirección horizontal y un área de sección transversal A, de modo que su volumen es $V_i = A\,\Delta x$. Cuando una onda sonora desplaza el elemento, las dos caras planas del disco se mueven a través de diferentes distancias s. El cambio en volumen ΔV del elemento cuando una onda sonora desplaza al elemento es igual a $A\,\Delta s$, donde Δs es la diferencia entre los valores de s entre las dos caras planas del disco.

A partir de la definición de módulo volumétrico (véase la ecuación 12.8), exprese la variación de presión en el elemento de gas como una función de su cambio de volumen:

$$\Delta P = -B\frac{\Delta V}{V_i}$$

Sustituya para el volumen inicial y el cambio en volumen del elemento:

$$\Delta P = -B\frac{A\,\Delta s}{A\,\Delta x} = -B\frac{\Delta s}{\Delta x}$$

Permita que el grosor Δx del disco se aproxime a cero de modo que la relación $\Delta s/\Delta x$ se convierta en una derivada parcial:

$$\Delta P = -B\frac{\partial s}{\partial x}$$

Sustituya la función de posición conocida por la ecuación 17.2:

$$\Delta P = -B\frac{\partial}{\partial x}[s_{\text{máx}}\cos(kx - \omega t)] = Bs_{\text{máx}}k\,\text{sen}\,(kx - \omega t)$$

Use la ecuación 17.1 para expresar el módulo volumétrico como $B = \rho v^2$ y sustituya:

$$\Delta P = \rho v^2 s_{\text{máx}} k \operatorname{sen}(kx - \omega t)$$

Aplique la ecuación 16.11 en la forma $k = \omega / v$ y sustituya:

$$\Delta P = \rho v \omega s_{\text{máx}} \operatorname{sen}(kx - \omega t)$$

Ya que la función seno tiene un valor máximo de 1, identifique el valor máximo de la variación de presión como $\Delta P_{\text{máx}} = \rho v \omega s_{\text{máx}}$ (véase la ecuación 17.4) y sustituya para esta combinación en la expresión previa:

$$\Delta P = \Delta P_{\text{máx}} \operatorname{sen}(kx - \omega t)$$

Finalizar Esta expresión final para la variación de presión del aire en una onda sonora coincide con la ecuación 17.3.

17.3 Intensidad de ondas sonoras periódicas

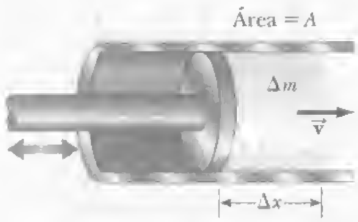


Figura 17.4 Un pistón en oscilación transfiere energía al aire en el tubo, por lo que el elemento de aire de longitud Δx y masa Δm oscila con una amplitud $s_{\text{máx}}$.

En el capítulo 16 se demostró que una onda que viaja sobre una cuerda tensa transporta energía. Se aplica el mismo concepto a ondas sonoras. Considere un elemento de aire de masa Δm y longitud Δx enfrente de un pistón de área A que oscila con una frecuencia ω, como se muestra en la figura 17.4. El pistón transmite energía a este elemento de aire en el tubo y la energía se propaga alejándose del pistón mediante la onda sonora. Para evaluar la rapidez de transferencia de energía en la onda sonora, evalúe la energía cinética de este elemento de aire, que se somete a movimiento armónico simple. Un procedimiento similar al de la sección 16.5, donde se evaluó la rapidez de transferencia de energía para una onda sobre una cuerda, muestra que la energía cinética en una longitud de onda de la onda sonora es

$$K_\lambda = \tfrac{1}{4}(\rho A)\omega^2 s_{\text{máx}}^2 \lambda$$

Como en el caso de la onda en una cuerda de la sección 16.5, la energía potencial total para una longitud de onda tiene el mismo valor que la energía cinética total; por lo tanto, la energía mecánica total para una longitud de onda es

$$E_\lambda = K_\lambda + U_\lambda = \tfrac{1}{2}(\rho A)\omega^2 s_{\text{máx}}^2 \lambda$$

A medida que la onda sonora se mueve a través del aire, esta cantidad de energía pasa por un punto determinado durante un periodo de oscilación. Por tanto, la rapidez de transferencia de energía es

$$\mathcal{P} = \frac{E_\lambda}{T} = \frac{\tfrac{1}{2}(\rho A)\omega^2 s_{\text{máx}}^2 \lambda}{T} = \tfrac{1}{2}(\rho A)\omega^2 s_{\text{máx}}^2 \left(\frac{\lambda}{T}\right) = \tfrac{1}{2}\rho A v \omega^2 s_{\text{máx}}^2$$

donde v es la rapidez del sonido en el aire. Compare esta expresión con la ecuación 16.21 para una onda sobre una cuerda.

La **intensidad** I de una onda, o la potencia por cada unidad de área, se define como la rapidez a la cual la energía transportada por la onda se transfiere a través de una unidad de área A perpendicular a la dirección de viaje de la onda:

$$\boxed{I \equiv \frac{\mathcal{P}}{A}} \tag{17.5}$$

En este caso, la intensidad es, debido a eso,

Intensidad de una onda sonora ▶

$$I = \tfrac{1}{2}\rho v (\omega s_{\text{máx}})^2$$

En consecuencia, la intensidad de una onda sonora periódica es proporcional al cuadrado de la amplitud de desplazamiento y al cuadrado de la frecuencia angular. Esta expresión también se puede escribir en términos de la amplitud de presión $\Delta P_{\text{máx}}$; en este caso, se usa la ecuación 17.4 para obtener

$$I = \frac{(\Delta P_{\text{máx}})^2}{2\rho v} \tag{17.6}$$

Figura 17.5 Ondas esféricas emitidas por una fuente puntual. Los arcos circulares representan los frentes de onda esférica que son concéntricos con la fuente. Los rayos son líneas radiales que se dirigen hacia afuera desde la fuente, perpendiculares a los frentes de onda.

Ahora considere una fuente puntual que emite ondas sonoras por igual en todas direcciones. A partir de la experiencia cotidiana, se sabe que la intensidad del sonido disminuye conforme uno se aleja de la fuente. Cuando una fuente emite sonido por igual en todas direcciones, el resultado es una **onda esférica**. La figura 17.5 muestra estas ondas esféricas como una serie de arcos circulares concéntricos con la fuente. Cada arco representa una superficie sobre la cual es constante la fase de la onda. A tal superficie de fase constante se le llama **frente de onda**. La distancia entre frentes de onda adyacentes que tienen la misma fase es la longitud de onda λ de la onda. Las líneas radiales que se dirigen hacia afuera desde la fuente se llaman **rayos**.

La potencia promedio $\mathcal{P}_{\text{prom}}$ emitida por la fuente debe tener una distribución uniforme sobre cada frente de onda esférica de área $4\pi r^2$. Por tanto, la intensidad de la onda a una distancia r de la fuente es

$$I = \frac{\mathcal{P}_{\text{prom}}}{A} = \frac{\mathcal{P}_{\text{prom}}}{4\pi r^2} \qquad (17.7)$$

◀ Comportamiento de cuadrado inverso de la intensidad para una fuente puntual

Esta ley del cuadrado inverso, que recuerda el comportamiento de la gravedad en el capítulo 13, establece que la intensidad disminuye en proporción al cuadrado de la distancia desde la fuente.

Pregunta rápida 17.2 Una cuerda de guitarra que vibra hace muy poco sonido si no está montada en el cuerpo de una guitarra. ¿Por qué el sonido tiene mayor intensidad si la cuerda se une al cuerpo de la guitarra? a) La cuerda vibra con más energía. b) La energía deja la guitarra a mayor rapidez. c) La potencia del sonido se dispersa sobre un área más grande en la posición del escucha. d) La potencia del sonido se concentra en un área más pequeña en la posición del escucha. e) La rapidez del sonido es mayor en el material del cuerpo de la guitarra. f) Ninguna de estas respuestas es correcta.

EJEMPLO 17.2 Límites auditivos

Los sonidos más débiles que el oído humano puede detectar a una frecuencia de 1 000 Hz corresponden a una intensidad de aproximadamente 1.00×10^{-12} W/m^2, que se llama *umbral de audición*. Los sonidos más fuertes que el oído tolera a esta frecuencia corresponden a una intensidad de aproximadamente 1.00 W/m^2, el *umbral de dolor*. Determine la amplitud de presión y la amplitud de desplazamiento asociadas con estos dos límites.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Piense en el ambiente más tranquilo que haya experimentado alguna vez. Es probable que la intensidad del sonido, incluso en este ambiente tan tranquilo, sea mayor que el umbral de audición.

Categorizar Ya que se proporcionan intensidades y se pide calcular las amplitudes de presión y desplazamiento, este problema requiere los conceptos explicados en esta sección.

Analizar Para hallar la amplitud de presión en el umbral de audición, use la ecuación 17.6 y considere que la rapidez de las ondas sonoras en el aire es $v = 343$ m/s y la densidad del aire es $\rho = 1.20$ kg/m^3:

$$\Delta P_{\text{máx}} = \sqrt{2\rho v I}$$
$$= \sqrt{2(1.20 \text{ kg/m}^3)(343 \text{ m/s})(1.00 \times 10^{-12} \text{ W/m}^2)}$$
$$= \boxed{2.87 \times 10^{-5} \text{ N/m}^2}$$

Calcule la correspondiente amplitud de desplazamiento con la ecuación 17.4, y recuerde que $\omega = 2\pi f$ (ecuación 16.9):

$$s_{\text{máx}} = \frac{\Delta P_{\text{máx}}}{\rho v \omega} = \frac{2.87 \times 10^{-5} \text{ N/m}^2}{(1.20 \text{ kg/m}^3)(343 \text{ m/s})(2\pi \times 1\,000 \text{ Hz})}$$
$$= \boxed{1.11 \times 10^{-11} \text{ m}}$$

De manera similar, uno encuentra que los sonidos más fuertes que puede tolerar el oído humano corresponden a una amplitud de presión de $\boxed{28.7 \text{ N/m}^2}$ y una amplitud de desplazamiento igual a $\boxed{1.11 \times 10^{-5} \text{ m.}}$

Finalizar Ya que la presión atmosférica es casi 10^5 N/m^2, ¡el resultado para la amplitud de presión dice que el oído es sensible a fluctuaciones de presión tan pequeñas como 3 partes en 10^{10}! ¡La amplitud de desplazamiento también es un número notablemente pequeño! Si este resultado para $s_{\text{máx}}$ se compara con el tamaño de un átomo (aproximadamente 10^{-10} m), se ve que el oído es un detector extremadamente sensible de ondas sonoras.

EJEMPLO 17.3 **Variaciones de intensidad de una fuente puntual**

Una fuente puntual emite ondas sonoras con una salida de potencia promedio de 80.0 W.

A) Encuentre la intensidad a 3.00 m de la fuente.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Imagine una pequeña bocina que envía sonido con rapidez promedio de 80.0 W de manera uniforme en todas direcciones. Usted está de pie a 3.00 m de distancia de las bocinas. A medida que el sonido se propaga, la energía de las ondas sonoras se dispersa sobre una esfera siempre en expansión.

Categorizar Evalúe la intensidad a partir de una ecuación determinada, así que este ejemplo se clasifica como un problema de sustitución.

Ya que una fuente puntual emite energía en la forma de ondas esféricas, use la ecuación 17.7 para encontrar la intensidad:

$$I = \frac{\mathcal{P}_{\text{prom}}}{4\pi r^2} = \frac{80.0 \text{ W}}{4\pi(3.00 \text{ m})^2} = \boxed{0.707 \text{ W/m}^2}$$

Esta intensidad es cercana al umbral del dolor.

B) Hallar la distancia a la cual la intensidad del sonido es 1.00×10^{-8} W/m^2.

SOLUCIÓN

Resuelva para r en la ecuación 17.7 y use el valor conocido para I:

$$r = \sqrt{\frac{\mathcal{P}_{\text{prom}}}{4\pi I}} = \sqrt{\frac{80.0 \text{ W}}{4\pi(1.00 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2)}}$$
$$= \boxed{2.52 \times 10^4 \text{ m}}$$

Nivel sonoro en decibeles

El ejemplo 17.2 ilustra el amplio intervalo de intensidades que puede detectar el oído humano. Ya que este intervalo es tan amplio, es conveniente usar una escala logarítmica, donde el **nivel sonoro** β (letra griega beta) se define mediante la ecuación

Nivel sonoro en decibeles ▶

$$\beta = 10 \log \left(\frac{I}{I_0}\right) \tag{17.8}$$

La constante I_0 es la *intensidad de referencia*, considerada como el umbral de audición ($I_0 = 1.00 \times 10^{-12}$ W/m^2) e I es la intensidad en watts por cada metro cuadrado a la que corresponde el nivel de sonido β, donde β se mide[2] en **decibeles** (dB). En esta escala, el umbral de dolor ($I = 1.00$ W/m^2) corresponde a un nivel sonoro de $\beta = 10 \log [(1 \text{ W/m}^2)/(10^{-12} \text{ W/m}^2)] = 10 \log (10^{12}) = 120$ dB, y el umbral de audición corresponde a $\beta = 10 \log [(10^{-12} \text{ W/m}^2)/(10^{-12} \text{ W/m}^2)] = 0$ dB.

La exposición prolongada a niveles sonoros altos puede dañar seriamente el oído humano. Siempre que los niveles sonoros superen los 90 dB, se recomienda el uso de tapones de oídos. Evidencia reciente sugiere que la "contaminación acústica" puede ser un factor que contribuye a la presión arterial alta, ansiedad y nerviosismo. La tabla 17.2 presenta algunos niveles sonoros representativos.

Pregunta rápida 17.3 Aumentar la intensidad de un sonido en un factor de 100 ocasiona que el nivel sonoro aumente, ¿en qué cantidad? a) 100 dB, b) 20 dB, c) 10 dB, d) 2 dB.

TABLA 17.2

Niveles sonoros

Fuente del sonido	β (dB)
Avión jet cercano	150
Martillo hidráulico; ametralladora	130
Sirena; concierto de rock	120
Transporte subterráneo; podadora potente	100
Congestionamiento de tránsito	80
Aspiradora	70
Conversación normal	50
Zumbido de mosquito	40
Susurro	30
Hojas meciéndose	10
Umbral de audición	0

EJEMPLO 17.4 Niveles sonoros

Dos máquinas idénticas se colocan a la misma distancia de un trabajador. La intensidad del sonido entregado por cada máquina en funcionamiento en la posición del trabajador es de 2.0×10^{-7} W/m^2.

A) Hallar el nivel sonoro que escucha el trabajador cuando una máquina está en funcionamiento.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Imagine una situación en la cual una fuente de sonido está activa y se une a una segunda fuente idéntica, como una persona que habla, luego una segunda persona habla al mismo tiempo o un instrumento musical toca y después se le une un segundo instrumento.

Categorizar Ya que se pide un nivel sonoro, se realizarán cálculos con la ecuación 17.8.

Analizar Aplique la ecuación 17.8 para calcular el nivel sonoro en la posición del trabajador con una máquina en funcionamiento:

$$\beta_1 = 10 \log \left(\frac{2.0 \times 10^{-7} \text{ W/m}^2}{1.00 \times 10^{-12} \text{ W/m}^2} \right) = 10 \log (2.0 \times 10^5) = \boxed{53 \text{ dB}}$$

B) Hallar el nivel sonoro que escucha el trabajador cuando dos máquinas están en funcionamiento:

SOLUCIÓN

Aplique la ecuación 17.8 para calcular el nivel sonoro en la posición del trabajador, con el doble de intensidad:

$$\beta_2 = 10 \log \left(\frac{4.0 \times 10^{-7} \text{ W/m}^2}{1.00 \times 10^{-12} \text{ W/m}^2} \right) = 10 \log (4.0 \times 10^5) = \boxed{56 \text{ dB}}$$

Finalizar Estos resultados demuestran que, cuando se duplica la intensidad, el nivel sonoro aumenta sólo en 3 dB.

¿Qué pasaría si? La *sonoridad* (magnitud de la sensación auditiva) es una respuesta psicológica a un sonido. Depende tanto de la intensidad como de la frecuencia del sonido. Como regla empírica, una sonoridad duplicada se asocia aproximadamente con un aumento en el nivel sonoro de 10 dB. (Esta regla empírica es relativamente imprecisa a frecuencias o muy bajas o muy altas.) Si la sonoridad de las máquinas en este ejemplo se duplica, ¿cuántas máquinas a la misma distancia del trabajador deben estar en funcionamiento?

[2] La unidad *bel* recibe su nombre por el inventor del teléfono, Alexander Graham Bell (1847–1922). El prefijo *deci*– es el prefijo del SI que representa 10^{-1}.

Respuesta Con la regla empírica, un doble de sonoridad corresponde a un aumento en el nivel sonoro de 10 dB. Debido a eso,

$$\beta_2 - \beta_1 = 10 \text{ dB} = 10 \log\left(\frac{I_2}{I_0}\right) - 10 \log\left(\frac{I_1}{I_0}\right) = 10 \log\left(\frac{I_2}{I_1}\right)$$

$$\log\left(\frac{I_2}{I_1}\right) = 1 \quad \rightarrow \quad I_2 = 10 I_1$$

En consecuencia, deben estar en funcionamiento 10 máquinas para duplicar la sonoridad.

Sonoridad y frecuencia

La explicación del nivel sonoro en decibeles se relaciona con una medición *física* de la intensidad de un sonido. Ahora se extenderá la explicación del ejemplo 17.4 concerniente a la "medición" *psicológica* de la intensidad de un sonido.

Desde luego, no se tienen instrumentos en el cuerpo que puedan desplegar valores numéricos de las reacciones a los estímulos. Se tienen que "calibrar" las reacciones de algún modo para comparar diferentes sonidos con un sonido de referencia, pero esto no es fácil de lograr. Por ejemplo, antes se mencionó que la intensidad umbral es 10^{-12} W/m^2, que corresponde a un nivel de intensidad de 0 dB. En realidad, este valor es el umbral sólo para un valor de 1 000 Hz de frecuencia, que es una frecuencia de referencia estándar en acústica. Si se realiza un experimento para medir la intensidad umbral a otras frecuencias, se encontrará una variación distinta de este umbral como función de la frecuencia. Por ejemplo, a 100 Hz, un sonido apenas audible debe tener una intensidad de ¡aproximadamente 30 dB! Por desgracia, no hay una correspondencia simple entre las mediciones físicas y las "mediciones" psicológicas. El sonido de 100 Hz y 30 dB es psicológicamente "igual" al sonido de 1 000 Hz y 0 dB (ambos son apenas audibles), pero no son físicamente iguales (30 dB $\neq$ 0 dB).

Con el uso de sujetos experimentales se ha podido estudiar la respuesta humana a los sonidos, y los resultados se muestran en el área blanca de la figura 17.6, junto con la frecuencia aproximada y los alcances de nivel sonoro de otras fuentes sonoras. La curva inferior del área blanca corresponde al umbral de audición. Su variación con la frecuencia es clara a partir de este diagrama. Note que los humanos son sensibles a frecuencias en el intervalo de casi 20 Hz hasta aproximadamente 20 000 Hz. La frontera superior del área

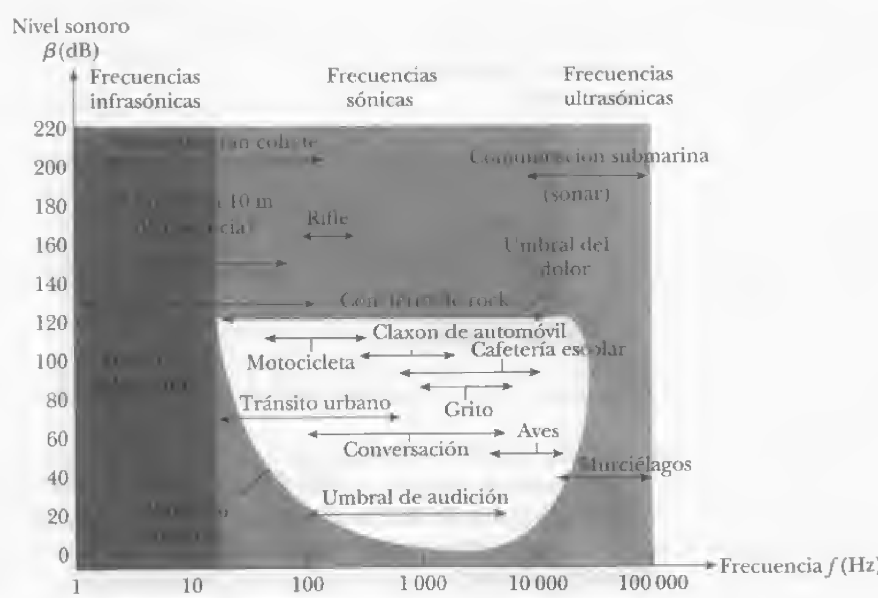


Figura 17.6 Intervalos aproximados de frecuencia y nivel sonoro de varias fuentes y la audición humana normal, que se muestra por el área blanca. (Tomado de R.L. Reese, *University Physics*, Pacific Grove, Brooks/Cole, 2000.)

blanca es el umbral del dolor. En este caso la frontera del área blanca es recta porque la respuesta psicológica es en cierta medida independiente de la frecuencia a este nivel sonoro alto.

El cambio más dramático con la frecuencia está en la región inferior izquierda del área blanca, para frecuencias bajas y niveles de intensidad bajos. Los oídos humanos son insensibles en esta región. Si usted escucha su estéreo y los sonidos graves (frecuencias bajas) y agudos (frecuencias altas) se equilibran a un volumen alto, intente bajar el volumen y escuchar de nuevo. Quizá notará que el grave parece débil, lo que se debe a la insensibilidad del oído a frecuencias bajas a niveles sonoros bajos, como se muestra en la figura 17.6.

17.4 El efecto Doppler

Tal vez haya notado cómo varía el sonido del claxon de un vehículo a medida que éste se aleja. La frecuencia del sonido que escucha mientras el vehículo se aproxima a usted es más alta que la frecuencia que escucha mientras se aleja. Esta experiencia es un ejemplo del **efecto Doppler**.[3]

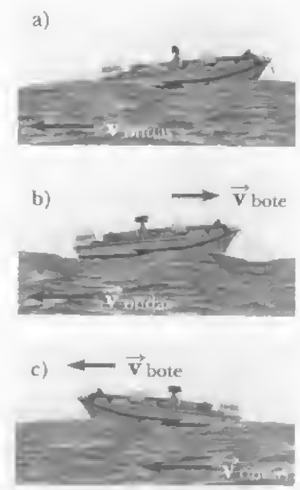


Figura 17.7 a) Ondas que se mueven hacia un bote estable. Las ondas viajan hacia la izquierda y su fuente está lejos hacia la derecha del bote, fuera del marco de la fotografía. b) El bote se mueve hacia la fuente de ondas. c) El bote se mueve alejándose de la fuente de ondas.

Para comprender qué causa este cambio de frecuencia aparente, imagine que está en un bote anclado en un mar tranquilo donde las ondas tienen un periodo $T = 3.0$ s. Por tanto, cada 3.0 s una cresta golpea su bote. La figura 17.7a muestra esta situación, con las ondas acuáticas moviéndose hacia la izquierda. Si usted pone su reloj en $t = 0$ justo cuando una cresta golpea, la lectura en el reloj es 3.0 s cuando la siguiente cresta golpea, 6.0 s cuando la tercera cresta golpea, y así sucesivamente. A partir de estas observaciones, concluye que la frecuencia ondulatoria es $f = 1/T = 1/(3.0\text{ s}) = 0.33$ Hz. Ahora suponga que enciende su motor y se dirige directamente hacia las ondas que se acercan, como en la figura 17.7b. Una vez más pone su reloj en $t = 0$ cuando una cresta golpea el frente (la proa) de su bote. Sin embargo, ahora, ya que se mueve hacia la cresta de onda siguiente mientras ella se mueve hacia usted, lo golpea a menos de 3.0 s después del primer golpe. En otras palabras, el periodo que ahora observa es más corto que el periodo de 3.0 s que observó cuando estaba en posición estable. Ya que $f = 1/T$, observa una frecuencia ondulatoria mayor que cuando estaba en reposo.

Si usted da vuelta y se mueve en la misma dirección que las ondas (figura 17.7c), se observa el efecto opuesto. Pone su reloj en $t = 0$ cuando una cresta golpea la parte trasera del bote (la popa). Ya que ahora se mueve alejándose de la siguiente cresta, en su reloj transcurren más de 3.0 s para cuando dicha cresta lo alcanza. Por lo tanto, se observa una frecuencia más baja que cuando estaba en reposo.

Estos efectos se presentan porque la rapidez *relativa* entre su bote y las ondas depende de la dirección de viaje y de la rapidez de su bote. Cuando se mueve hacia la derecha en la figura 17.7b, esta rapidez relativa es mayor que la rapidez de la onda, lo que conduce a la observación de una frecuencia aumentada. Cuando da vuelta y se mueve hacia la izquierda, la rapidez relativa es menor, como lo es la frecuencia observada de las ondas del agua.

Ahora examine una situación análoga con ondas sonoras en la cual las ondas del agua se convierten en ondas sonoras, el agua se convierte en aire y la persona en el bote se convierte en un observador que escucha el sonido. En este caso, un observador O se mueve y una fuente sonora S se encuentra estable. Para simplificar, se supone que el aire también queda estable y que el observador va directo hacia la fuente (figura 17.8). El observador se mueve con una rapidez v_O hacia una fuente puntual estable ($v_S = 0$), donde *estable* significa en reposo respecto del medio, aire.

Si una fuente puntual emite ondas sonoras y el medio es uniforme, las ondas se mueven con la misma rapidez en todas direcciones, se alejan radialmente de la fuente; el resultado es una onda esférica, como se mencionó en la sección 17.3. La distancia entre frentes de onda adyacentes es igual a la longitud de onda λ. En la figura 17.8, los círculos son las intersecciones de estos frentes de onda tridimensionales con el papel en dos dimensiones.

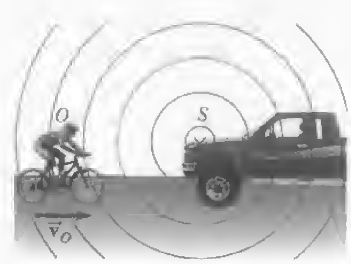


Figura 17.8 Un observador O (el ciclista) se mueve con una rapidez v_O hacia una fuente puntual estable S, el claxon de una camioneta estacionada. El observador escucha una frecuencia f' mayor que la frecuencia de la fuente.

Sean f la frecuencia de la fuente, λ la longitud de onda y v la rapidez del sonido en la figura 17.8. Si el observador también queda estable, detectará frentes de onda a una

[3] Llamado en honor del físico austriaco Christian Johann Doppler (1803–1853), quien predijo en 1842 el efecto tanto para ondas sonoras como para ondas luminosas.

frecuencia f. (Es decir, cuando $v_O = 0$ y $v_S = 0$, la frecuencia observada es igual a la frecuencia de la fuente.) Cuando el observador se mueve hacia la fuente, la rapidez de las ondas relativa al observador es $v' = v + v_O$, como en el caso del bote en la figura 17.7, pero la longitud de onda λ no cambia. Por tanto, al usar la ecuación 16.12, $v = \lambda f$, se puede decir que la frecuencia f' que escucha el observador está *aumentada* y se conoce por

$$f' = \frac{v'}{\lambda} = \frac{v + v_O}{\lambda}$$

Ya que $\lambda = v/f$, f' se puede expresar como

$$f' = \left(\frac{v + v_O}{v}\right)f \quad \text{(observador en movimiento hacia la fuente)} \qquad \textbf{(17.9)}$$

Si el observador es móvil alejándose de la fuente, la rapidez de la onda relativa al observador es $v' = v - v_O$. En este caso la frecuencia escuchada por el observador queda *reducida* y se encuentra por

$$f' = \left(\frac{v - v_O}{v}\right)f \quad \text{(observador alejándose de la fuente)} \qquad \textbf{(17.10)}$$

En general, siempre que un observador se mueva con una rapidez v_O en relación con una fuente estable, la frecuencia escuchada por el observador se conoce por la ecuación 17.9, con una convención de signo: un valor positivo para v_O cuando el observador se mueve hacia la fuente, y un valor negativo cuando el observador se mueve alejándose de la fuente.

Ahora suponga que la fuente está en movimiento y que el observador queda en reposo. Si la fuente avanza directo hacia el observador A en la figura 17.9a, los frentes de onda escuchados por el observador están más juntos de lo que estarían si la fuente no se moviera. Como resultado, la longitud de onda λ' medida por el observador A es más corta que la longitud de onda λ de la fuente. Durante cada vibración, que dura un intervalo de tiempo T (el periodo), la fuente se mueve una distancia $v_S T = v_S/f$ y la longitud de onda se *acorta* en esta cantidad. Por lo tanto, la longitud de onda observada λ' es

$$\lambda' = \lambda - \Delta\lambda = \lambda - \frac{v_S}{f}$$

Como $\lambda = v/f$, la frecuencia f' que escucha el observador A es

$$f' = \frac{v}{\lambda'} = \frac{v}{\lambda - (v_S/f)} = \frac{v}{(v/f) - (v_S/f)}$$

a) b)

Cortesía de Educational Development Center, Newton, MA

Figura 17.9 a) Una fuente S se mueve con una rapidez v_S hacia un observador estable A y se aleja de un observador estable B. El observador A escucha una frecuencia aumentada y el observador B una frecuencia reducida. b) El efecto Doppler en el agua, observado en un tanque de ondas. Una fuente puntual se mueve hacia la derecha con rapidez v_S. Las letras que se muestran en la fotografía se refieren a la pregunta rápida 17.4.

$$f' = \left(\frac{v}{v - v_S}\right)f \quad \text{(fuente móvil hacia el observador)} \tag{17.11}$$

Es decir: la frecuencia observada *aumenta* siempre que la fuente se mueva hacia el observador.

Cuando la fuente se aleja de un observador estacionario, como es el caso del observador B en la figura 17.9a, el observador mide una longitud de onda λ' que es *mayor* que λ y escucha una frecuencia *reducida*:

$$f' = \left(\frac{v}{v + v_S}\right)f \quad \text{(fuente que se aleja del observador)} \tag{17.12}$$

La correspondencia general para la frecuencia observada cuando una fuente es móvil y un observador está en reposo se expresa como la ecuación 17.11, con la misma convención de signo aplicada a v_S como se aplicó a v_O: un valor positivo se sustituye para v_S cuando la fuente se mueve hacia el observador, y un valor negativo se sustituye cuando la fuente se aleja del observador.

Por último, al combinar las ecuaciones 17.9 y 17.11 se obtiene la siguiente correspondencia general para la frecuencia observada:

$$f' = \left(\frac{v + v_O}{v - v_S}\right)f \tag{17.13}$$

◄ Expresión general de corrimiento Doppler

En esta expresión los signos para los valores sustituidos para v_O y v_S dependen de la dirección de la velocidad. Un valor positivo se usa para movimiento del observador o la fuente *hacia* el otro (asociado con un *aumento* en la frecuencia observada), y un valor negativo se usa para movimiento de uno *alejándose* del otro (asociado con una *disminución* en la frecuencia observada).

Aunque el efecto Doppler se experimenta más comúnmente con ondas sonoras, es un fenómeno común a todas las ondas. Por ejemplo, el movimiento relativo de la fuente y el observador produce un corrimiento de frecuencia en las ondas luminosas. El efecto Doppler se usa en los sistemas de radar policiacos para medir la rapidez de los vehículos automotores. Del mismo modo, los astrónomos usan el efecto para determinar la rapidez de estrellas, galaxias y otros objetos celestes en relación con la Tierra.

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 17.1

El efecto Doppler no depende de la distancia

Algunas personas creen que el efecto Doppler depende de la distancia entre la fuente y el observador. Aunque la intensidad de un sonido varía a medida que la distancia cambia, la frecuencia aparente sólo depende de la rapidez relativa de la fuente y el observador. Mientras usted escucha una fuente que se aproxima, detectará intensidad creciente pero frecuencia constante. Mientras la fuente pasa, escuchará que la frecuencia cae súbitamente a un nuevo valor constante y la intensidad comienza a disminuir.

Pregunta rápida 17.4 Considere los detectores de ondas acuáticas en tres posiciones A, B y C de la figura 17.9b. ¿Cuál de los siguientes enunciados es verdadero? a) La rapidez de onda es mayor en la posición A. b) La rapidez de onda es mayor en la posición C. c) La longitud de onda detectada es mayor en la posición B. d) La longitud de onda detectada es mayor en la posición C. e) La frecuencia detectada es mayor en la posición C. f) La frecuencia detectada es mayor en la posición A.

Pregunta rápida 17.5 Usted está de pie sobre una plataforma en una estación de tren y escucha un tren que se aproxima a la estación con velocidad constante. Mientras el tren se aproxima, pero antes de que llegue, ¿qué escucha? a) la intensidad y la frecuencia del sonido aumentan, b) la intensidad y la frecuencia del sonido disminuyen, c) la intensidad aumenta y la frecuencia disminuye, d) la intensidad disminuye y la frecuencia aumenta, e) la intensidad aumenta y la frecuencia permanece igual, f) la intensidad disminuye y la frecuencia permanece igual.

EJEMPLO 17.5 El radio–reloj descompuesto

Su radio–reloj lo despierta con un sonido estable e irritante de 600 Hz de frecuencia. Una mañana funciona mal y no se puede apagar. Frustrado, arroja el radio–reloj por la ventana de su dormitorio en el cuarto piso, a 15.0 m del suelo. Suponga que la rapidez del sonido es de 343 m/s. Mientras escucha al radio–reloj que cae, ¿qué frecuencia escucha justo antes de que lo oiga chocar con el suelo?

SOLUCIÓN

Conceptualizar La rapidez del radio–reloj aumenta mientras cae. Por lo tanto, es una fuente de sonido móvil alejándose con una rapidez creciente, de modo que la frecuencia que escucha debe ser menor a 600 Hz.

Categorizar Este es un problema en el que se deben combinar la interpretación de los objetos que caen con la del corrimiento de frecuencia debida al efecto Doppler.

Analizar Ya que el radio–reloj se modela como una partícula bajo aceleración constante debida a la gravedad, use la ecuación 2.13 para expresar la rapidez de la fuente de sonido:

$$v_S = v_{yi} + a_y t = 0 - gt = -gt$$

Aplique la ecuación 17.13 para determinar la frecuencia de corrimiento Doppler que se escucha del radio–reloj que cae:

$$1)\quad f' = \left[\frac{v + 0}{v - (-gt)}\right] f = \left(\frac{v}{v + gt}\right) f$$

A partir de la ecuación 2.61, hallar el tiempo en el que el reloj golpea el suelo:

$$y_f = y_i + v_{yi}t - \tfrac{1}{2}gt^2$$

$$-15.0\text{ m} = 0 + 0 - \tfrac{1}{2}(9.80\text{ m/s}^2)t^2$$

$$t = 1.75\text{ s}$$

De la ecuación 1), evalúe la frecuencia de corrimiento Doppler justo cuando el radio–reloj golpea el suelo:

$$f' = \left[\frac{343\text{ m/s}}{343\text{ m/s} + (9.80\text{ m/s}^2)(1.75\text{ s})}\right](600\text{ Hz})$$

$$= \boxed{571\text{ Hz}}$$

Finalizar La frecuencia es menor que la frecuencia real de 600 Hz porque el radio–reloj es móvil alejándose. Si cayera desde un piso superior, de modo que pasara por abajo de $y = -15.0$ m, el radio–reloj continuaría acelerando y la frecuencia continuaría cayendo.

EJEMPLO 17.6 Submarinos Doppler

Un submarino (sub A) viaja a través de agua con una rapidez de 8.00 m/s y emite una onda de sonar con una frecuencia de 1 400 Hz. La rapidez del sonido en el agua es de 1 533 m/s. Un segundo submarino (sub B) se localiza de tal modo que ambos submarinos viajan directamente uno hacia el otro. El segundo submarino se mueve a 9.00 m/s.

A) ¿Qué frecuencia detecta un observador que viaja en el sub B mientras los submarinos se aproximan uno al otro?

SOLUCIÓN

Conceptualizar Aun cuando el problema involucra submarinos móviles en agua, hay un efecto Doppler tal como lo hay cuando usted está en un automóvil en movimiento y escucha un sonido que se mueve a través del aire desde otro auto.

Categorizar Ya que ambos submarinos se mueven, este problema involucra el efecto Doppler tanto para la fuente móvil como para un observador móvil.

Analizar Aplique la ecuación 17.13 para hallar la frecuencia de corrimiento Doppler que escucha el observador en el sub B y tenga cuidado con los signos de las velocidades de la fuente y el observador:

$$f' = \left(\frac{v + v_O}{v - v_S}\right) f$$

$$f' = \left[\frac{1\,533\text{ m/s} + (+9.00\text{ m/s})}{1\,533\text{ m/s} - (+8.00\text{ m/s})}\right](1\,400\text{ Hz}) = \boxed{1\,416\text{ Hz}}$$

B) Los submarinos apenas evitan el choque. ¿Qué frecuencia detecta un observador en el sub B mientras los submarinos se alejan uno del otro?

SOLUCIÓN

Use la ecuación 17.13 para hallar la frecuencia de corrimiento Doppler que escucha el observador en el sub B, y de nuevo tenga cuidado con los signos de las velocidades de la fuente y el observador:

$$f' = \left(\frac{v + v_O}{v - v_S}\right)f$$

$$f' = \left[\frac{1\,533 \text{ m/s} + (-9.00 \text{ m/s})}{1\,533 \text{ m/s} - (-8.00 \text{ m/s})}\right](1\,400 \text{ Hz}) = \boxed{1\,385 \text{ Hz}}$$

Finalizar Advierta que la frecuencia cae de 1 416 Hz a 1 385 Hz a medida que los submarinos se pasan. Este efecto es similar a la caída en frecuencia que usted escucha cuando un automóvil pasa junto a usted mientras suena el claxon.

¿Qué pasaría si? Mientras los submarinos se aproximan mutuamente, algo del sonido desde el sub A se refleja desde el sub B y regresa al sub A. Si este sonido lo detectara un observador en el sub A, ¿cuál es su frecuencia?

Respuesta El sonido de la frecuencia aparente de 1 416 Hz que encontró en el inciso A) se refleja de una fuente móvil (sub B) y después lo detecta un observador móvil (sub A). Por lo tanto, la frecuencia detectada por el sub A es

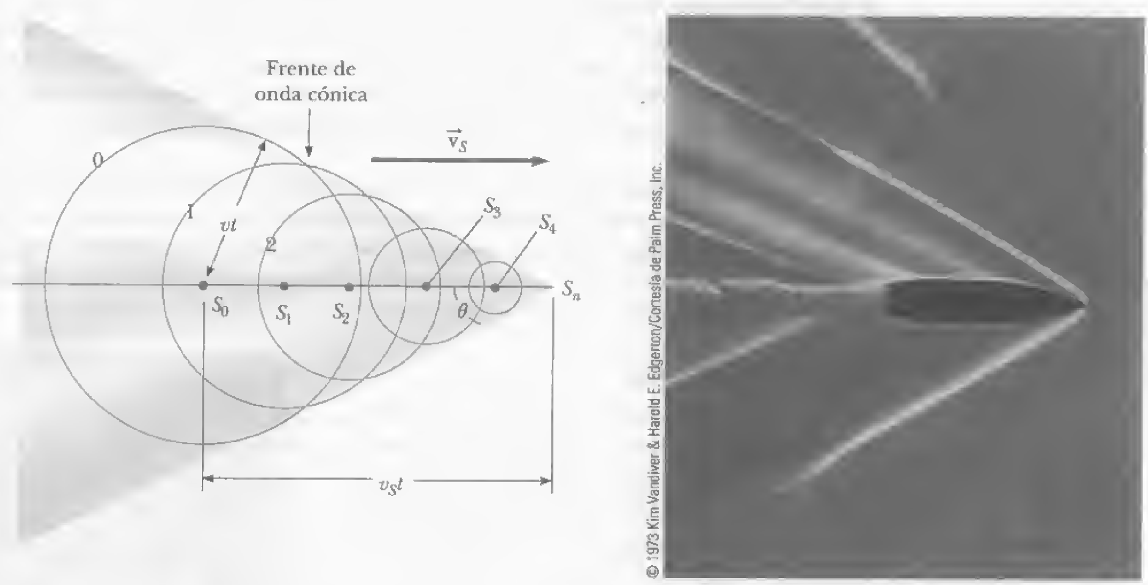
$$f'' = \left(\frac{v + v_O}{v - v_S}\right)f'$$

$$= \left[\frac{1\,533 \text{ m/s} + (+8.00 \text{ m/s})}{1\,533 \text{ m/s} - (+9.00 \text{ m/s})}\right](1\,416 \text{ Hz}) = 1\,432 \text{ Hz}$$

Esta técnica la aplican los oficiales de policía para medir la rapidez de un auto en movimiento. Desde la patrulla se emiten microondas que se reflejan en el automóvil en movimiento. Al detectar la frecuencia de corrimiento Doppler de las microondas reflejadas, el oficial de policía puede determinar la rapidez del auto en movimiento.

Ondas de choque

Considere ahora lo que sucede cuando la rapidez v_S de una fuente *supera* la rapidez de onda v. Esta situación se muestra gráficamente en la figura 17.10a. Los círculos representan frentes de onda esféricos emitidos por la fuente en diferentes momentos durante su movimiento. En $t = 0$, la fuente está en S_0, y en un tiempo posterior t, la fuente está en S_n. En el tiempo t, el frente de onda con centro en S_0 alcanza un radio de vt. En este



a) b)

Figura 17.10 a) Una representación de una onda de choque producida cuando una fuente se mueve de S_0 a S_n con una rapidez v_S, que es mayor que la rapidez de onda v en el medio. La envolvente de los frentes de onda forman un cono cuyo semiángulo del vértice se conoce por sen $\theta = v/v_S$. b) Fotografía estroboscópica de una bala que se mueve con rapidez supersónica a través del aire caliente sobre una vela. Advierta la onda de choque en la vecindad de la bala.

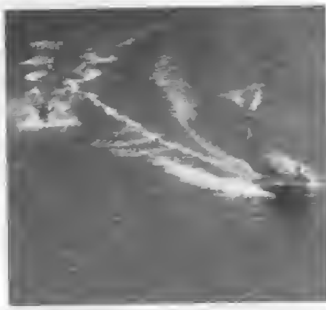


Figura 17.11 La onda de proa con forma en V de un bote se forma debido a que la rapidez del bote es mayor que la rapidez de las ondas del agua que genera. Una onda de proa es análoga a una onda de choque formada por un avión que viaja más rápido que el sonido.

mismo intervalo de tiempo, la fuente recorre una distancia $v_S t$ a S_n. En el instante en que la fuente está en S_n, las ondas apenas comienzan a generarse en esta ubicación; por tanto, el frente de onda tiene radio cero en este punto. La línea tangente dibujada desde S_n al frente de onda con centro en S_0 es tangente a todos los otros frentes de onda generados en tiempos intermedios. Por lo tanto, la envolvente de estos frentes de onda es un cono cuyo semiángulo del vértice θ (el "ángulo Mach") se conoce por

$$\operatorname{sen} \theta = \frac{vt}{v_S t} = \frac{v}{v_S}$$

La relación v_S/v se conoce como *número Mach*, y el frente de onda cónico que se produce cuando $v_S > v$ (rapidez supersónica) se conoce como *onda de choque*. Una analogía interesante con las ondas de choque son los frentes de onda con forma en V producidos por un bote (la onda de proa) cuando la rapidez del bote supera la rapidez de las ondas en la superficie del agua (figura 17.11).

Los aviones jet que viajan con magnitudes de velocidad supersónicas producen ondas de choque, que son responsables del fuerte "estampido sónico" que uno escucha. La onda de choque lleva una gran cantidad de energía concentrada en la superficie del cono, con grandes variaciones de presión correspondientes. Tales ondas de choque son desagradables de escuchar y pueden causar daño a los edificios cuando los aviones vuelan supersónicamente a bajas altitudes. De hecho, un avión que vuela con rapidez supersónica produce un doble estampido porque se forman dos ondas de choque, una desde la nariz del avión y otra desde la cola. Las personas cerca de la trayectoria de un trasbordador espacial mientras se aproxima a su punto de aterrizaje, con frecuencia reportan escuchar lo que suena como dos crujidos de trueno muy cercanamente espaciados.

Pregunta rápida 17.6 Un avión que vuela con una velocidad constante se mueve desde una masa de aire frío hacia una masa de aire caliente. ¿El número Mach a) aumenta, b) disminuye, o c) permanece igual?

17.5 Grabación de sonido digital

El primer dispositivo de grabación de sonido, el fonógrafo, lo inventó Thomas Edison en el siglo XIX. Las ondas sonoras se registraban en los primeros fonógrafos al codificar las formas de onda sonoras como variaciones en la profundidad de un surco continuo cortado en una delgada hoja enrollada alrededor de un cilindro. Durante la reproducción, a medida que una aguja seguía el surco del cilindro rotatorio, la aguja empujaba de atrás para adelante de acuerdo con las ondas sonoras codificadas en el disco. La aguja se unía a un diafragma y una bocina, lo que hacía al sonido lo suficientemente intenso para escucharse.

Con el desarrollo continuo del fonógrafo, el sonido se grababa en cilindros de cartón recubiertos con cera. Durante la última década del siglo XIX y la primera mitad del XX, el sonido se grabó en discos hechos de laca y arcilla. En 1948, se introdujo el disco plástico de fonógrafo y dominó el mercado de la industria de la grabación hasta la llegada de los discos compactos digitales en los años ochenta.

Grabación digital

En la grabación digital la información se convierte a código binario (unos y ceros), parecido a los puntos y rayas del código Morse. Primero, la forma de onda del sonido se *muestrea* (samplea), típicamente 44 100 veces por segundo. La figura 17.12a ilustra este proceso. Entre cada par de líneas azules en la figura, la presión de la onda se mide y convierte a un voltaje. Por lo tanto, existen 44 100 números asociados con cada segundo del sonido a muestrear. La frecuencia de muestreo es mucho mayor que el alcance superior de audición humana, aproximadamente 20 000 Hz, de modo que todas las frecuencias de sonido audible se muestrean adecuadamente en esta cantidad.

Luego estas mediciones se convierten en *números binarios*, que son números expresados con el uso de base 2 en lugar de base 10. La tabla 17.3 muestra algunos números binarios de muestra. Por lo general, las mediciones de voltaje se registran en "palabras" de 16 bits,

Figura 17.12 a) El sonido se digitaliza mediante el muestreo electrónico de la forma de onda sonora a intervalos periódicos. Durante cada intervalo de tiempo entre las líneas azules, se registra un número para el voltaje promedio durante el intervalo. La proporción de muestreo que se presenta aquí es mucho más lenta que la proporción de muestreo real de 44 100 muestras por segundo. b) Reconstrucción de la onda sonora muestreada en a). Advierta la reconstrucción escalonada en lugar de la forma de onda continua en a).

TABLA 17.3

Números binarios de muestra

Número en base 10	Número en binario	Suma
1	0000000000000001	1
2	0000000000000010	2 + 0
3	0000000000000011	2 + 1
10	0000000000001010	8 + 0 + 2 + 0
37	0000000000100101	32 + 0 + 0 + 4 + 0 + 1
275	0000000100010011	256 + 0 + 0 + 0 + 16 + 0 + 0 + 2 + 1

en las cuales cada bit es un uno o un cero. Por tanto, el número de diferentes niveles de voltaje a los que se pueden asignar códigos es $2^{16} = 65\ 536$. El número de bits en un segundo de sonido es $16 \times 44\ 100 = 705\ 600$. Es esta cadena de unos y ceros, en palabras de 16 bits, la que se registra en la superficie de un disco compacto.

La figura 17.13 muestra una amplificación de la superficie de un disco compacto. El láser del sistema reproductor detecta dos tipos de áreas: *parte plana* (lands) y *depresiones* (pits). Las partes planas son regiones no tocadas de la superficie del disco que son muy reflexivas. Las depresiones, que son áreas quemadas en la superficie, dispersan la luz en lugar de reflejarla de regreso al sistema de detección. El sistema reproductor muestrea la luz reflejada 750 600 veces por segundo. Cuando el láser se mueve desde una depresión hasta un plano o de un plano a una depresión, la luz reflejada cambia durante el muestreo y el bit se registra como un uno. Si no hay cambio durante el muestreo, el bit se registra como un cero.

Los números binarios que se leen desde el disco compacto se convierten de regreso en voltajes, y la forma de onda se reconstruye como se muestra en la figura 17.12b. Ya que la proporción de muestreo es tan alta, no es evidente en el sonido que la forma de onda se construye a partir de voltajes discretos escalonados.

Figura 17.13 Superficie de un disco compacto que muestra las depresiones. Las transiciones entre depresiones y partes planas corresponden a unos binarios. Las regiones sin transiciones corresponden a ceros binarios.

grabación puede causar una distorsión de la forma de onda. Por ejemplo, recortar todos los picos de una forma de onda en 10% tiene un gran efecto sobre el espectro del sonido en una grabación analógica. Sin embargo, con la grabación digital, genera una mayor imperfección convertir un uno en cero. Si una imperfección hace que la magnitud de un uno sea 90% el valor original, todavía lo registra como un uno y no hay distorsión. Otra ventaja de la grabación digital es que la información se extrae de manera óptica, así que no hay uso mecánico del disco.

...é tan grandes son las depresiones?

...cionó que la rapidez con la cual la superficie de un disco compacto pasa por el láser es de 1.3 ...promedio de la pista de audio sobre un disco compacto asociada con cada bit de la información

...que la superficie del disco pasa por el láser a 1.3 m/s. En un segundo, una pista de audio de 1.3 ...láser. Esta longitud incluye 705 600 bits de información de audio.

...o es un simple problema de sustitución.

...del número de bits en una longi- ...longitud promedio por bit:

$$\text{Longiud por bit} = \frac{1.3 \text{ m}}{705\,600 \text{ bits}} = 1.8 \times 10^{-6} \text{ m/bit}$$

$$= \boxed{1.8\,\mu\text{m/bit}}$$

...bit de información *total* en el disco compacto es menor que este valor porque hay información ...ás de la información de audio. Esta información incluye códigos de corrección de error, número ...temporización. Como resultado, la longitud más corta por bit en realidad es de aproximadamente

...uál es el número?

...disco compacto experimentan un procesamiento complicado para reducir una variedad de errores ... Por lo tanto, una "palabra" de audio no se tiende linealmente en el disco. Suponga que se leen ...ita el código de error y que la palabra de audio resultante es

1 0 1 1 1 0 1 1 1 0 1 1 1 0 1 1

...al representado por esta palabra de 16 bits?

...observa el número binario anterior, es muy probable que, en función de su falta de experiencia ...rias, no pueda identificar de inmediato el número. Sin embargo, recuerde que sólo es una cadena

$1 \times 2^{15} = 32\,768$	$1 \times 2^{9} = 512$	1
$0 \times 2^{14} = 0$	$1 \times 2^{8} = 256$	0
$1 \times 2^{13} = 8\,192$	$1 \times 2^{7} = 128$	1
$1 \times 2^{12} = 4\,096$	$0 \times 2^{6} = 0$	1
$1 \times 2^{11} = 2\,048$	$1 \times 2^{5} = 32$	
$0 \times 2^{10} = 0$	$1 \times 2^{4} = 16$	su...

Este número es convertido por el reproductor de disco compacto en un voltaje, ... que se usan para construir un segundo de la forma de onda electrónica que repr...

17.6 Sonido cinematográfico

Otra aplicación interesante del sonido digital es la banda sonora de una pelíc... películas de principios del siglo XX grababan el sonido en discos de fonógrafo... sincronizaba con la acción en la pantalla. Con las primeras películas de notici... introdujo el proceso de *banda sonora óptica de área variable*, el sonido se grabab... una pista óptica en la película. El ancho de la porción transparente de la pista va... acuerdo con la onda sonora que se grababa. Una fotocelda detectaba la luz que... a través de la pista y convertía la intensidad de luz variable en una onda sonora... con la grabación de fonógrafo, había algunas dificultades con este sistema de gra... Por ejemplo, el polvo o las huellas digitales en la película causaban fluctuacion... intensidad y pérdida de fidelidad.

La grabación digital en película apareció por primera vez con *Dick Tracy* (1990... do el sistema Cinema Digital Sound, CDS. Este sistema carecía de un sistema de r... analógico en caso de falla del equipo y ya no se usa en la industria cinematográ... embargo, introdujo el uso de 5.1 canales de sonido: izquierda, centro, derecha, ... surround (envolvente), izquierda surround y efectos de baja frecuencia (LFE). ... LFE, que es el "canal 0.1" de 5.1, transporta frecuencias muy bajas para sonido dr... de explosiones, terremotos y cosas parecidas.

Las películas actuales se producen con tres sistemas de grabación de sonido d...

Dolby digital. En el formato Dolby digital, los 5.1 canales de sonido digital se alm... ópticamente entre los agujeros de la rueda de cadena de la película. Hay un r... óptico analógico en caso de falla del sistema digital. La primera película que ... técnica fue *Batman Returns* (1992).

Sonido digital para sala de cine (DTS). En el DTS, los 5.1 canales de sonido se alm... en un CD–ROM separado, que se sincroniza con la película impresa mediar... gos de tiempo en la película. Hay un respaldo óptico analógico en caso de ... sistema digital. La primera película que usó esta técnica fue *Jurassic Park* (1...

Sonido digital dinámico Sony (SDDS). En el SDDS, ocho canales completos de soni... tal se almacenan ópticamente afuera de los agujeros de la rueda de cadena ... lados de la película. Hay un respaldo óptico analógico en caso de falla del ... digital. La primera película que usó esta técnica fue *Last Action Hero* (1993). ... tencia de información en ambos lados de la película es un sistema de redur... en caso de que un lado se dañe, el sistema todavía opera. El SDDS emplea u...

Resumen

La **intensidad** de una onda sonora periódica, que es la potencia por cada unidad de área, es

$$I \equiv \frac{\mathcal{P}}{A} = \frac{(\Delta P_{\text{máx}})^2}{2\rho v} \qquad \textbf{(17.5, 17.6)}$$

El **nivel sonoro** de una onda sonora en decibeles es

$$\beta \equiv 10 \log \left(\frac{I}{I_0}\right) \qquad \textbf{(17.8)}$$

La constante I_0 es una intensidad de referencia, que usualmente se considera como el umbral de audición (1.00×10^{-12} W/m^2), e I es la intensidad de la onda sonora en watts por metro cuadrado.

Las ondas sonoras son longitudinales y viajan a través de un medio comprimible con una rapidez que depende de las propiedades elásticas e inerciales de dicho medio. La rapidez del sonido en un líquido o gas que tenga un módulo volumétrico B y densidad ρ es

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}} \qquad \textbf{(17.1)}$$

Para ondas sonoras sinusoidales, la variación en la posición de un elemento del medio es

$$s(x, t) = s_{\text{máx}} \cos (kx - \omega t) \qquad \textbf{(17.2)}$$

y la variación en presión a partir del valor de equilibrio es

$$\Delta P = \Delta P_{\text{máx}} \operatorname{sen} (kx - \omega t) \qquad \textbf{(17.3)}$$

donde $\Delta P_{\text{máx}}$ es la **amplitud de presión**. La onda de presión está 90° fuera de fase con la onda de desplazamiento. La correspondencia entre $s_{\text{máx}}$ y $\Delta P_{\text{máx}}$ es

$$\Delta P_{\text{máx}} = \rho v \omega s_{\text{máx}} \qquad \textbf{(17.4)}$$

El cambio en la frecuencia que escucha un observador siempre que hay movimiento relativo entre una fuente de ondas sonoras y el observador se llama **efecto Doppler**. La frecuencia observada es

$$f' = \left(\frac{v + v_O}{v - v_S}\right) f \qquad \textbf{(17.13)}$$

En esta expresión, los signos para los valores sustituidos para v_O y v_S dependen de la dirección de la velocidad. Un valor positivo para la velocidad del observador o fuente se sustituye si la velocidad de uno es hacia el otro, mientras que un valor negativo representa una velocidad de uno alejándose del otro.

En la grabación digital de sonido, la forma de onda sonora se muestrea 44 100 veces por segundo. La presión de la onda por cada muestreo se mide y convierte en número binario. En la reproducción estos números binarios se leen y usan para construir la forma de onda original.

Preguntas

O indica pregunta complementaria.

1. **O** La tabla 17.1 muestra que la rapidez del sonido por lo general tiene un orden de magnitud mayor en sólidos que en gases. ¿A qué se puede atribuir este valor más alto? a) la diferencia en densidad entre sólidos y gases, b) la diferencia en compresibilidad entre sólidos y gases, c) el tamaño limitado de un objeto sólido en comparación con un gas libre, d) la imposibilidad de mantener un gas bajo tensión significativa.
2. Si una alarma se coloca en un buen vacío y luego se activa, no se escucha sonido. Explique.
3. Un vigilante sónico es un dispositivo que determina la distancia a un objeto al enviar un pulso sonoro ultrasónico y medir el intervalo de tiempo requerido para que la onda regrese por reflexión desde el objeto. Por lo general, estos dispositivos no pueden detectar confiablemente un objeto que esté a menos de un metro del sensor. ¿Por qué es esto?
4. Una amiga sentada en su automóvil, muy lejos en el camino, agita las manos y comienza a sonar su claxon al mismo tiempo. ¿A qué distancia debe estar para que usted calcule la rapidez del sonido a dos cifras significativas, al medir el intervalo de tiempo requerido para que el sonido llegue hasta usted?
5. **O** Suponga que un cambio en la fuente de sonido reduce la longitud de onda de una onda sonora en el aire en un factor de 2. i) ¿Qué sucede con su frecuencia? a) Aumenta en un factor de 4. b) Aumenta en un factor de 2. c) No

cambia. d) Disminuye en un factor de 2. e) Cambia por un factor impredecible. **ii)** ¿Qué sucede con su rapidez? Elija entre las mismas posibilidades.

6. O Una onda sonora viaja en aire con una frecuencia de 500 Hz. Si la onda viaja del aire al agua, **i)** ¿qué sucede con su frecuencia? a) Aumenta. b) Disminuye. c) No cambia. **ii)** ¿Qué sucede con su longitud de onda? Elija entre las mismas posibilidades.

7. Al escuchar una banda u orquesta, ¿cómo puede determinar que la rapidez del sonido es la misma para todas las frecuencias?

8. O Una fuente puntual transmite sonido en un medio uniforme. Si la distancia desde la fuente se triplica, ¿cómo cambia la intensidad? a) Se convierte en un noveno. b) Se convierte en un tercio. c) No cambia. d) Se vuelve tres veces más grande. e) Se vuelve nueve veces más grande.

9. O En un campanario la campana suena una vez. A 300 m enfrente de la iglesia, la intensidad sonora máxima es 2 μW/m^2. A 950 m detrás de la iglesia, la intensidad máxima es 0.2 μW/m^2. ¿Cuál es el motivo principal para la diferencia en intensidad? a) La mayor parte del sonido es absorbida por el aire antes de llegar muy lejos desde la fuente. b) La mayor parte del sonido es absorbida por el suelo mientras viaja alejándose de la fuente. c) La campana transmite el sonido principalmente hacia el frente. d) A mayor distancia, la potencia se dispersa sobre un área más grande. e) A mayor distancia, la potencia se dispersa a través de un volumen esférico más grande.

10. O Entre los siguientes sonidos, ¿cuál tiene más probabilidad de alcanzar un nivel sonoro de 60 dB? a) un concierto de rock, b) el voltear una página de este libro, c) una conversación en la mesa a la hora de cenar, d) una animada multitud en un partido de futbol.

11. O Con un medidor sensible del nivel sonoro mida el sonido de una araña que corre a -10 dB. ¿Qué implica el signo negativo? a) La araña se mueve alejándose de usted. b) La frecuencia del sonido es muy baja para ser audible para los humanos. c) La intensidad del sonido es muy débil para ser audible para los humanos. d) Cometió un error: los signos negativos no encajan con los logaritmos.

12. *El evento Tunguska.* El 30 de junio de 1908, un meteoro se quemó y explotó en la atmósfera sobre el valle del río Tunguska, en Siberia. Derribó árboles en miles de kilómetros cuadrados e inició un incendio forestal, pero no produjo cráter y aparentemente no causó pérdidas humanas. Un testigo sentado en su pórtico afuera de la zona de los árboles caídos recordó los eventos en la siguiente secuencia. Él vio una luz moverse en el cielo, más brillante que el Sol, y descender en un ángulo bajo hacia el horizonte. Sintió que su cara se calentaba, que el suelo se sacudía. Un agente invisible lo levantó y de inmediato lo soltó aproximadamente un metro más lejos de donde había estado la luz. Escuchó un retumbar prolongado muy fuerte. Sugiera una explicación para estas observaciones y para el orden en el que ocurrieron.

13. Explique qué sucede con la frecuencia del eco del claxon de su automóvil mientras conduce hacia la pared de un cañón. ¿Qué sucede con la frecuencia mientras se aleja de la pared?

14. O Una fuente de sonido vibra con frecuencia constante. Clasifique la frecuencia del sonido observado en los siguientes casos, de mayor a menor. Si dos frecuencias son iguales, muestre su igualdad en su clasificación. Sólo una cosa se mueve a la vez, y todos los movimientos mencionados tienen la misma rapidez, 25 m/s. a) Fuente y observador estables entre aire estable. b) La fuente se mueve hacia el observador entre aire tranquilo. c) La fuente se mueve alejándose del observador entre aire tranquilo. d) El observador se mueve hacia la fuente entre aire tranquilo. e) El observador se mueve alejándose de la fuente entre aire tranquilo. f) Fuente y observador estables, con un viento estable que sopla desde la fuente hacia el observador. g) Fuente y observador estables, con un viento estable que sopla desde el observador hacia la fuente.

15. O Suponga que un observador y una fuente de sonido están en reposo y un fuerte viento sopla alejándose de la fuente hacia el observador. **i)** ¿Qué efecto tiene el viento sobre la frecuencia observada? a) Hace que aumente. b) Hace que disminuya. c) No genera cambios. **ii)** ¿Qué efecto tiene el viento sobre la longitud de onda observada? Elija entre las mismas posibilidades. **iii)** ¿Qué efecto tiene el viento sobre la rapidez observada de la onda? Elija entre las mismas posibilidades.

16. ¿Cómo puede un objeto moverse respecto de un observador de modo que el sonido proveniente de él no se corra en frecuencia?

Problemas

Sección 17.1 Rapidez de ondas sonoras

El problema 60 del capítulo 2 también se puede asignar con esta sección.

1. ● Suponga que usted escucha el chasquido de un trueno 16.2 s después de ver el relámpago asociado. La rapidez del sonido en el aire es de 343 m/s, y la rapidez de la luz en el aire es de 3.00×10^8 m/s. ¿Qué tan lejos está del relámpago? ¿Necesita saber el valor de la rapidez de la luz para responder? Explique.

2. Encuentre la rapidez del sonido a través del mercurio, que tiene un módulo volumétrico de 2.80×10^{10} N/m^2 y una densidad de 13 600 kg/m^3.

3. Un delfín en agua de mar, a una temperatura de 25°C, da un chirrido. ¿Cuánto tiempo pasa antes de que escuche un eco desde el fondo del océano, 150 m abajo?

La rapidez del sonido en el aire (en metros por segundo) depende de la temperatura, de acuerdo con la expresión aproximada

$$v = 331.5 + 0.607T_C$$

donde T_C es la temperatura Celsius. En aire seco, la temperatura disminuye casi 1°C por cada 150 m de aumento en altura. a) Suponga que este cambio es constante hasta una altura de 9 000 m. ¿Qué intervalo de tiempo se requiere para que el so-

nido de un avión que vuela a 9 000 m llegue al suelo en un día cuando la temperatura del suelo es de 30°C? b) **¿Qué pasaría si?** Compare su respuesta con el intervalo de tiempo requerido si el aire estuviese uniformemente a 30°C. ¿Qué intervalo de tiempo es más largo?

Una maceta es derribada desde un balcón, 20.0 m arriba de la acera, y cae hacia un confiado hombre de 1.75 m de alto que está de pie abajo. ¿Qué tan cerca de la acera puede caer la maceta antes de que sea demasiado tarde para que un grito de advertencia desde el balcón llegue a tiempo al hombre? Suponga que el hombre abajo requiere 0.300 s para responder a la advertencia. La temperatura ambiente es de 20°C.

Un avión de rescate vuela horizontalmente con rapidez constante en busca de un bote descompuesto. Cuando el avión está directamente arriba del bote, la tripulación del bote suena una gran sirena. Para cuando el detector sonoro del avión recibe el sonido de la sirena, el avión recorrió una distancia igual a la mitad de su altura sobre el océano. Si supone que el sonido tarda 2.00 s en llegar al avión, determine a) la rapidez del avión y b) su altura. Considere que la rapidez del sonido es de 343 m/s.

Un vaquero está de pie sobre suelo horizontal entre dos riscos verticales paralelos. No está a la mitad entre los riscos. Dispara un tiro y escucha su eco. El segundo eco llega 1.92 s después que el primero y 1.47 s antes que el tercero. Considere sólo el sonido que viaja paralelo al suelo y se refleja de los riscos. Considere que la rapidez del sonido es de 340 m/s. a) ¿Cuál es la distancia entre los riscos? b) **¿Qué pasaría si?** Si él puede escuchar un cuarto eco, ¿en cuánto tiempo llega, después del tercer eco?

Sección 17.2 Ondas sonoras periódicas

> *Nota:* Use los siguientes valores como necesarios a menos que se especifique de otro modo. La densidad de equilibrio del aire a 20°C es $\rho = 1.20\ \text{kg/m}^3$ y la rapidez del sonido es $v = 343$ m/s. Las variaciones de presión ΔP se miden en relación con la presión atmosférica, $1.013 \times 10^5\ \text{N/m}^2$.

8. ● Una onda sonora se propaga en aire a 27°C con frecuencia de 4.00 kHz. Pasa a través de una región donde la temperatura cambia gradualmente y luego se mueve a través de aire a 0°C. a) ¿Qué sucede con la rapidez de la onda? b) ¿Qué sucede con su frecuencia? c) ¿Qué sucede con su longitud de onda? Dé respuestas numéricas a estas preguntas en la medida de lo posible y establezca su razonamiento acerca de lo que sucede físicamente con la onda.
9. El ultrasonido se usa en medicina tanto para formación de imagen diagnóstica como para terapia. Para diagnosis: pulsos cortos de ultrasonido pasan a través del cuerpo del paciente, se registra un eco reflejado de una estructura de interés y es posible determinar la distancia a la estructura a partir del retraso de tiempo para que regrese el eco. Un solo transductor emite y detecta el ultrasonido. Al reducir los datos con una computadora se obtiene una imagen de la estructura. Con sonido de baja intensidad, esta técnica no es invasiva y es inocua: se usa para examinar fetos, tumores, aneurismas, cálculos y muchas otras estructuras. Para revelar detalles, la longitud de onda del ultrasonido reflejado debe ser pequeña comparada con el tamaño del objeto que refleja la onda. a) ¿Cuál es la longitud de onda del ultrasonido con una frecuencia de 2.40 MHz que se usa en ecocardiografía para mapear el latido del corazón humano? b) En todo el conjunto de técnicas de formación de imagen se usan frecuencias en el intervalo de 1.00 a 20.0 MHz. ¿Cuál es el intervalo de longitudes de onda que corresponden a este intervalo de frecuencias? La rapidez del ultrasonido en el tejido humano es de aproximadamente 1 500 m/s (casi la misma que la rapidez del sonido en el agua).
10. Una onda sonora en el aire tiene una amplitud de presión igual a $4.00 \times 10^{-3}\ \text{N/m}^2$. Calcule la amplitud de desplazamiento de la onda a una frecuencia de 10.0 kHz.
11. Una onda sonora sinusoidal se describe mediante la función de onda de desplazamiento

$$s(x, t) = (2.00\ \mu\text{m}) \cos\left[(15.7\ \text{m}^{-1})x - (858\ \text{s}^{-1})t\right]$$

a) Encuentre la amplitud, longitud de onda y rapidez de esta onda. b) Determine el desplazamiento instantáneo del equilibrio de los elementos de aire en la posición $x = 0.050\ 0$ m en $t = 3.00$ ms. c) Determine la máxima rapidez del movimiento oscilatorio del elemento.

12. A medida que cierta onda sonora viaja a través del aire, produce variaciones de presión (arriba y abajo de la presión atmosférica) conocidas por $\Delta P = 1.27 \text{ sen } (\pi x - 340\pi t)$ en unidades del SI. Encuentre: a) la amplitud de las variaciones de presión, b) la frecuencia, c) la longitud de onda en el aire y d) la rapidez de la onda sonora.
13. Escriba una expresión que describa la variación de presión como función de la posición y el tiempo para una onda sonora sinusoidal en aire. Suponga que $\lambda = 0.100$ m y $\Delta P_{\text{máx}} = 0.200\ \text{N/m}^2$.
14. El esfuerzo de tensión en una gruesa barra de cobre es 99.5% de su punto de rompimiento elástico de $13.0 \times 10^{10}\ \text{N/m}^2$. Si a través del material se transmite una onda sonora, a) ¿qué amplitud de desplazamiento hará que se rompa la barra? b) ¿Cuál es la máxima rapidez de los elementos de cobre en este momento? c) ¿Cuál es la intensidad sonora en la barra?
15. Un experimentador quiere generar en aire una onda sonora que tenga una amplitud de desplazamiento de 5.50×10^{-6} m. La amplitud de presión estará limitada a $0.840\ \text{N/m}^2$. ¿Cuál es la longitud de onda mínima que puede tener la onda sonora?

Sección 17.3 Intensidad de ondas sonoras periódicas

16. El área de un tímpano representativo es casi $5.00 \times 10^{-5}\ \text{m}^2$. Calcule la potencia sonora incidente en un tímpano a a) el umbral de audición y b) el umbral de dolor.
17. Calcule el nivel sonoro (en decibeles) de una onda sonora que tenga una intensidad de $4.00\ \mu\text{W/m}^2$.
18. El tubo que se muestra en la figura 17.2 está lleno con aire a 20°C y presión de equilibrio de 1 atm. El diámetro del tubo es de 8.00 cm. El pistón se impulsa con una frecuencia de 600 Hz con una amplitud de 0.120 cm. ¿Qué potencia se debe suministrar para mantener la oscilación del pistón?
19. La intensidad de una onda sonora a una distancia fija de una bocina que vibra a 1.00 kHz es de $0.600\ \text{W/m}^2$. a) Determine la intensidad que resulta si la frecuencia se aumenta a 2.50 kHz mientras se mantiene una amplitud de desplazamiento constante. b) Calcule la intensidad si la frecuencia se reduce a 0.500 kHz y se duplica la amplitud de desplazamiento.
20. La intensidad de una onda sonora a una distancia fija de una bocina que vibra con una frecuencia f es I. a) Determine la intensidad que resulta si la frecuencia se aumenta a f' mientras se mantiene una amplitud de desplazamiento constante.

= intermedio; 3 = desafiante; = razonamiento simbólico; ● = razonamiento cualitativo

Figura P17.21 Partes de bajo (azul), tenor (verde), alto (café) y primera soprano (rojo) de una parte de la *Misa en Si menor* de Bach. Los bajos cantan la melodía de primer plano durante dos tiempos, luego los tenores durante dos tiempos, luego los altos y luego las primeras sopranos. Para enfatizar, esta línea se imprimió toda en negro. Se omitieron las partes para las segundas sopranos, violines, viola, flautas, oboes y continuo. La parte de tenor se escribe como se canta.

b) Calcule la intensidad si la frecuencia se reduce a $f/2$ y se duplica la amplitud de desplazamiento.

La melodía vocal más excelsa está en la *Misa en Si menor* de Johann Sebastian Bach. En la figura P17.21 aparece una parte de la partitura para la sección *Credo*, número 9, barras 25 a 33. La sílaba repetida O en la frase "resurrectionem mortuorum" (la resurrección de los muertos) pasa sin corte de bajos a tenores a altos a primeras sopranos, como una estafeta en una carrera de relevos. Cada voz lleva la melodía de primer plano a través de un pasaje que se eleva y abarca una octava o más. Juntas, las voces la llevan de Re abajo del Do medio a La arriba de un Do alto de tenor. En tono de concierto, a estas notas ahora se les asignan frecuencia de 146.8 Hz y 880.0 Hz. a) Encuentre las longitudes de onda de las notas inicial y final. b) Suponga que el coro canta la melodía con un nivel sonoro uniforme de 75.0 dB. Encuentre las amplitudes de presión de las notas inicial y final. c) Encuentre las amplitudes de desplazamiento de las notas inicial y final. d) **¿Qué pasaría si?** En la época de Bach, antes de la invención del diapasón, las frecuencias se asignaban a las notas como una cuestión de conveniencia local inmediata. Suponga que la melodía ascendente se cantó comenzando en 134.3 Hz y finalizó en 804.9 Hz. ¿Cómo cambiarían las respuestas a los incisos de la a) a la c)?

Demuestre que la diferencia entre los niveles de decibeles β_1 y β_2 de un sonido se relacionan con la relación de las distancias r_1 y r_2 desde la fuente sonora mediante

$$\beta_2 - \beta_1 = 20 \log \left(\frac{r_1}{r_2} \right)$$

En un estadio cerrado se realiza un espectáculo familiar en hielo. Los patinadores actúan con música a un nivel de 80.0 dB. Este nivel es muy bajo para su bebé, quien llora a 75.0 dB. a) ¿Qué intensidad sonora total absorbe usted? b) ¿Cuál es el nivel sonoro combinado?

24. Un martillo neumático, funciona continuamente en un sitio de construcción, se comporta como una fuente puntual de ondas sonoras esféricas. Un supervisor de la construcción está de pie a 50.0 m al norte de esta fuente sonora y comienza a caminar hacia el oeste. ¿Cuánto tiene que caminar para que la amplitud de la función de onda caiga en un factor de 2.00?

25. La potencia de salida de cierta bocina pública es de 6.00 W. Suponga que transmite por igual en todas direcciones. a) ¿Desde la bocina a qué distancia el sonido sería doloroso al oído? b) ¿A qué distancia, desde la bocina, el sonido sería apenas audible?

Dos bocinas pequeñas emiten ondas sonoras de diferentes frecuencias, por igual, en todas direcciones. La bocina A tiene una salida de 1.00 mW, y la bocina B tiene una salida de 1.50 mW. Determine el nivel sonoro (en decibeles) en el punto C de la figura P17.26, si supone que a) sólo la bocina A emite sonido, b) sólo la bocina B emite sonido y c) ambas bocinas emiten sonido.

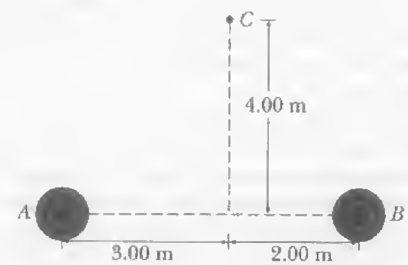


Figura P17.26

Una carga de explosivo se detona a muchos metros sobre el suelo. A una distancia de 400 m de la explosión, la presión acústica alcanza un máximo de 10.0 N/m^2. Suponga que la rapidez del sonido es constante en 343 m/s a través de la atmósfera sobre la región considerada, que el suelo absorbe todo el sonido que cae en él y que el aire absorbe energía sonora como se describe en la proporción de 7.00 dB/km. ¿Cuál es el nivel sonoro (en decibeles) a 4.00 km de la explosión?

Un cohete explota a una altura de 100 m sobre el suelo. Un observador en el suelo, directamente abajo de la explosión, experimenta una intensidad sonora promedio de 7.00×10^{-2} W/m^2 durante 0.200 s. a) ¿Cuál es la energía sonora total de la explosión? b) ¿Cuál es el nivel sonoro (en decibeles) que escucha el observador?

29. El nivel sonoro a una distancia de 3.00 m de una fuente es de 120 dB. ¿A qué distancia el nivel sonoro es de a) 100 dB y b) 10.0 dB?

El cambio más pequeño en nivel sonoro que una persona puede distinguir es de aproximadamente 1 dB. Cuando usted se para junto a su podadora mientras está en funcionamiento,

¿puede escuchar el ronronco estable de la podadora de su vecino? Haga un cálculo de un orden de magnitud para sustentar su respuesta y establezca los datos que mida o estime.

31. Mientras la gente canta en la iglesia, el nivel sonoro en todas partes en el interior es de 101 dB. Ningún sonido se transmite a través de las grandes paredes, pero todas las ventanas y puertas están abiertas una mañana de verano. Su área total es de 22.0 m^2. a) ¿Cuánta energía sonora se radia en 20.0 min? b) Suponga que el suelo es un buen reflector y que el sonido radia uniformemente en todas direcciones horizontalmente y hacia arriba. Encuentre el nivel sonoro a 1.00 km de distancia.

Sección 17.4 El efecto Doppler

Unos padres expectantes están emocionados por escuchar el latido cardiaco de su bebé nonato, revelado por un detector de movimiento ultrasónico. Suponga que la pared ventricular del feto se mueve en movimiento armónico simple con una amplitud de 1.80 mm y una frecuencia de 115 por minuto. a) Encuentre la rapidez máxima lineal de la pared cardiaca. Suponga que el detector de movimiento en contacto con el abdomen de la madre produce sonido a 2 000 000.0 Hz, que viajan a través del tejido a 1.50 km/s. b) Encuentre la frecuencia máxima a la cual el sonido llega a la pared del corazón del bebé. c) Encuentre la frecuencia máxima a la cual el sonido reflejado se recibe en el detector de movimiento. Al "escuchar" electrónicamente los ecos a una frecuencia diferente de la frecuencia transmitida, el detector de movimiento puede producir sonido corto y agudo audible en sincronización con el latido fetal.

33. Un conductor viaja hacia el norte sobre una autopista con una rapidez de 25.0 m/s. Una patrulla de caminos, que viaja hacia el sur con una rapidez de 40.0 m/s, se aproxima con su sirena produciendo sonido a una frecuencia de 2 500 Hz. a) ¿Qué frecuencia observa el conductor mientras se aproxima la patrulla? b) ¿Qué frecuencia detecta el conductor después de que lo rebasa la patrulla? c) Repita los incisos a) y b) para cuando la patrulla viaje hacia el norte.

Un bloque con una bocina atornillada a él se conecta a un resorte que tiene una constante de resorte $k = 20.0$ N/m, como se muestra en la figura P17.34. La masa total del bloque y la bocina es de 5.00 kg, y la amplitud de movimiento de esta unidad es 0.500 m. a) La bocina emite ondas sonoras de 440 Hz de frecuencia. Determine las frecuencias más alta y más baja que escucha una persona a la derecha de la bocina. b) Si el nivel sonoro máximo que escucha la persona es de 60.0 dB cuando está más cerca de la bocina, a 1.00 m de distancia, ¿cuál es el nivel sonoro mínimo que escucha el observador? Suponga que la rapidez del sonido es de 343 m/s.

Figura P17.34

De pie en un crucero, usted escucha una frecuencia de 560 Hz de la sirena de una ambulancia que se aproxima. Después de que la ambulancia pasa, la frecuencia observada de la sirena es de 480 Hz. Determine la rapidez de la ambulancia a partir de estas observaciones.

En los juegos olímpicos de invierno, una atleta monta en su luge por la pista mientras una campana justo arriba de la pared del tobogán suena continuamente. Cuando el luge pasa la campana, la atleta escucha que la frecuencia de la campana cae por el intervalo musical llamado tercer menor. Esto es, la frecuencia que ella escucha cae a cinco sextos de su valor original. a) Encuentre la rapidez del sonido en el aire a la temperatura ambiente de $-10.0°C$. b) Encuentre la rapidez de la atleta.

Un diapasón que vibra a 512 Hz cae desde el reposo y acelera a 9.80 m/s^2. ¿Qué tan abajo del punto de liberación se encuentra el diapasón cuando ondas de 485 Hz de frecuencia llegan al punto de liberación? Considere que la rapidez del sonido en el aire es de 340 m/s.

Una sirena montada en el techo de una estación de bomberos emite sonido con una frecuencia de 900 Hz. Un viento estable sopla con una rapidez de 15.0 m/s. Si considera que la rapidez del sonido en aire tranquilo es de 343 m/s, encuentre la longitud de onda del sonido a) a favor del viento de la sirena y b) contra el viento de la sirena. Los bomberos se aproximan a la sirena desde diferentes direcciones a 15.0 m/s. ¿Qué frecuencia escucha un bombero c) si se aproxima desde una posición a favor del viento, de modo que se mueve en la dirección en la que el viento sopla, y d) si se aproxima desde una posición contraria al viento?

Un avión supersónico que viaja a Mach 3.00 a una altura de 20 000 m está directamente arriba de una persona en el tiempo $t = 0$, como se muestra en la figura P17.39. a) ¿En qué tiempo la persona encontrará la onda de choque? b) ¿Dónde estará el avión cuando finalmente se escuche el "estallido"? Suponga que la rapidez del sonido en el aire es de 335 m/s.

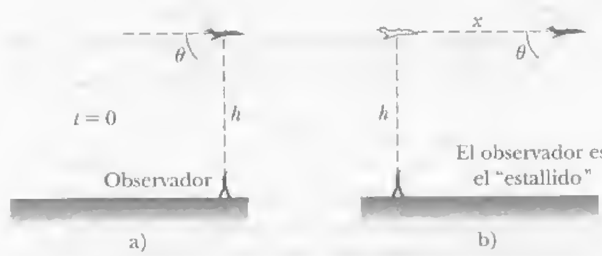


Figura P17.39

40. El bucle del látigo de un maestro de pista de circo viaja a Mach 1.38 (esto es, $v_S/v = 1.38$). ¿Qué ángulo forma el frente de choque con la dirección de movimiento del látigo?

41. Cuando partículas con cargas de alta energía se mueven a través de un medio transparente con una rapidez mayor que la rapidez de la luz en dicho medio, se produce una onda de choque, u onda de proa, de luz. Este fenómeno se llama *efecto Cerenkov*. Cuando un reactor nuclear se blinda mediante una gran alberca de agua, la radiación Cerenkov se puede ver como un brillo azul en la vecindad del núcleo del reactor de-

bido a electrones de alta rapidez que se mueven a través del agua. En un caso particular, la radiación Cerenkov produce un frente de onda con un semiángulo de vértice de 53.0°. Calcule la rapidez de los electrones en el agua. La rapidez de la luz en el agua es 2.25×10^8 m/s.

Sección 17.5 Grabación de sonido digital

Sección 17.6 Sonido cinematográfico

● Este problema representa una posible forma (aunque no recomendable) de codificar presiones instantáneas en una onda sonora en palabras digitales de 16 bits. El ejemplo 17.2 menciona que la amplitud de presión de un sonido de 120 dB es 28.7 N/m^2. Sea 65 536 el código digital que representa esta variación de presión. Sea la palabra digital 0 en la grabación la representación de la variación de presión cero. Represente otras presiones intermedias mediante palabras digitales de tamaño intermedio, en proporción directa con la presión. a) ¿Qué palabra digital representaría la máxima presión en un sonido de 40 dB? b) Explique por qué este esquema funciona pobremente para sonidos suaves. c) Explique cómo este esquema de codificación cortaría la mitad de la forma de onda de cualquier sonido, ignorando la forma real de la onda y convirtiéndola en una cadena de ceros. Al introducir esquinas agudas en cada forma de onda registrada, este esquema de codificación haría que todo sonido fuera como un zumbador o una flauta de un solo agujero.

Problemas adicionales

● Un deslizador de 150 g, móvil a 2.30 m/s sobre una pista de aire, experimenta una colisión completamente inelástica con un deslizador de 200 g originalmente estacionario, y los dos deslizadores quedan unidos durante un intervalo de tiempo de 7.00 ms. Un estudiante sugiere que aproximadamente la mitad de la energía mecánica perdida va a sonido. ¿Esta sugerencia es razonable? Para evaluar la idea, encuentre el nivel implicado del sonido a 0.800 m de los deslizadores. Si la idea del estudiante no es razonable, sugiera una mejor idea.

● Explique cómo la función de onda

$$\Delta P(r, t) = \left(\frac{25.0\ \text{Pa}\cdot\text{m}}{r}\right) \text{sen}\ (1.36r\ \text{rad/m} - 2\,030t\ \text{rad/s})$$

se puede aplicar a una onda que radia desde una fuente pequeña, con r como la distancia radial desde el centro de la fuente hasta cualquier punto afuera de la fuente. Dé la descripción más detallada que pueda de la onda. Incluya respuestas a preguntas como las siguientes. ¿La onda se mueve más hacia la derecha o la izquierda? Mientras se aleja de la fuente, ¿qué sucede con su amplitud? ¿Su rapidez? ¿Su frecuencia? ¿Su longitud de onda? ¿Su potencia? ¿Su intensidad? ¿Cuáles son los valores representativos para cada una de estas cantidades? ¿Qué puede decir acerca de la fuente de la onda? ¿Acerca del medio a través del que viaja?

● Un gran conjunto de gradas de futbol desocupadas tiene asientos y contrahuellas sólidos. Usted está de pie en el campo, enfrente de las gradas y aplaude bruscamente una vez con dos tableros de madera, el pulso sonoro que produce no tiene frecuencia ni longitud de onda definidas. El sonido que escucha reflejado de las gradas tiene una frecuencia identificable y puede recordarle una breve nota de trompeta o de un zumbador o flauta de un solo agujero. Explique este sonido. a) Calcule una estimación del orden de magnitud para la frecuencia, longitud de onda y duración del sonido, sobre la base de los datos que especifique. b) Cada cara de una gran pirámide maya es como una escalera con escalones muy estrechos. ¿Puede producir un eco de una palmada que suene como el canto de un ave? Explique su respuesta.

● Ondas esféricas con 45.0 cm de longitud de onda, se propagan hacia afuera de una fuente puntual. a) Explique la comparación entre la intensidad a una distancia de 240 cm con la intensidad a una distancia de 60.0 cm. b) Explique la comparación entre la amplitud a una distancia de 240 cm, con la amplitud a una distancia de 60.0 cm. c) Explique la comparación entre la fase de la onda a una distancia de 240 cm, con la fase a 60.0 cm en el mismo momento.

47. Una onda sonora en un cilindro se describe mediante las ecuaciones 17.2 a la 17.4. Demuestre que $\Delta P = \pm \rho v \omega \sqrt{s_{\text{máx}}^2 - s^2}$.

48. Muchos artistas cantan notas muy altas en notas improvisadas y cadencias. La nota más alta escrita para un cantante en una fuente publicada fue el Fa sostenido sobre Do alto, 1.480 kHz, para Zerbinetta en la versión original de la ópera de Richard Strauss *Ariadne auf Naxos*. a) Encuentre la longitud de onda de este sonido en aire. b) Suponga que las personas en la cuarta fila de asientos escuchan esta nota con un nivel de 81.0 dB. Encuentre la amplitud de desplazamiento del sonido. c) **¿Qué pasaría si?** En respuesta a las quejas, Strauss transpuso la nota más baja Fa sobre Do alto, 1.397 kHz. ¿En qué incremento cambió la longitud de onda? (La Reina de la Noche en la *Flauta Mágica* de Mozart también canta Fa sobre Do alto.)

49. Una mañana de sábado, las camionetas y vehículos deportivos utilitarios que llevan basura al depósito municipal forman una procesión casi estable en un camino vecinal, y todos viajan a 19.7 m/s. Desde una dirección, dos camiones llegan al depósito cada 3 minutos. Un ciclista también viaja hacia el depósito a 4.47 m/s. a) ¿Con qué frecuencia los camiones pasan al ciclista? b) **¿Qué pasaría si?** Una colina no frena a los camiones, pero hace que la rapidez del ciclista fuera de forma baje a 1.56 m/s. ¿Con qué frecuencia los ruidosos, olorosos, ineficientes, derramabasura, maleducados camiones pasan zumbando ahora al ciclista?

Problema de repaso. Para cierto tipo de acero, el esfuerzo siempre es proporcional a la deformación con el módulo de Young que se muestra en la tabla 12.1. El acero tiene la densidad que se menciona para el hierro en la tabla 14.1. Quedará permanentemente doblado si se somete a un esfuerzo compresivo mayor que su límite elástico $\sigma_y = 400$ MPa. Una barra de 80.0 cm de largo, hecha de este acero, se dispara a 12.0 m/s directo a una pared muy dura o a otra barra idéntica que se mueve en la dirección opuesta. a) La rapidez de una onda compresiva unidimensional móvil a lo largo de la barra se conoce por $v = \sqrt{Y/\rho}$, donde Y es el módulo de Young para la barra y ρ es la densidad. Calcule esta rapidez. b) Después de que el extremo frontal de la barra golpea la pared y se detiene, el extremo posterior de la barra sigue en movimiento como se describe mediante la primera ley de Newton hasta que se detiene por presión excesiva en una onda sonora móvil de regreso a través de la barra. ¿Qué intervalo de tiempo transcurre antes de que el extremo posterior de la barra reciba el mensaje de que debe detenerse? c) ¿Cuánto se movió el extremo posterior de la barra en este intervalo de tiempo? Encuentre d) la deformación y e) el esfuerzo en la barra. f) Si no debe fallar, demuestre que la máxima rapidez de impacto que una barra puede tener se conoce por la expresión $v = \sigma_y/\sqrt{\rho Y}$.

Para permitir la medición de su rapidez, un paracaidista porta un zumbador que emite un tono estable a 1 800 Hz. Un amigo ubicado en el suelo en el sitio de aterrizaje directamente abajo escucha el sonido amplificado que recibe. Suponga que el aire está tranquilo y que la rapidez del sonido es 343 m/s, independiente de la altitud. Mientras el paracaidista cae con rapidez terminal, su amigo en el suelo recibe ondas de 2 150 Hz de frecuencia. a) ¿Cuál es la rapidez de descenso del paracaidista? b) **¿Qué pasaría si?** Suponga que el paracaidista puede escuchar el sonido del zumbador reflejado del suelo. ¿Qué frecuencia recibe?

52. Pruebe que las ondas sonoras se propagan con una rapidez determinada por la ecuación 17.1. Proceda del modo siguiente: en la figura 17.2, considere una delgada capa cilíndrica de aire en el cilindro, con área de cara A y grosor Δx. Dibuje un diagrama de cuerpo libre de esta delgada capa. Demuestre que $\sum F_x = ma_x$ implica que

$$-\frac{\partial(\Delta P)}{\partial x} A\ \Delta x = \rho A\ \Delta x \frac{\partial^2 s}{\partial t^2}$$

Al sustituir $\Delta P = -B(\partial s/\partial x)$, deducir la siguiente ecuación de onda para el sonido

$$\frac{B}{\rho}\frac{\partial^2 s}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 s}{\partial t^2}$$

Para un físico matemático, esta ecuación demuestra la existencia de ondas sonoras y determina su rapidez. Como estudiante de física, usted debe dar otro paso o dos. Sustituya en la ecuación de onda la solución de prueba $s(x, t) = s_{\text{máx}} \cos(kx - \omega t)$. Demuestre que esta función satisface la ecuación de onda siempre que $\omega/k = \sqrt{B/\rho}$. Este resultado revela que las ondas sonoras existen siempre que se muevan con la rapidez $v = f\lambda = (2\pi f)(\lambda/2\pi) = \omega/k = \sqrt{B/\rho}$.

Dos barcos se mueven a lo largo de una línea hacia el este. El buque trasero tiene una rapidez, relativa a un punto de observación con base en tierra, de 64.0 km/h, y el buque delantero tiene una rapidez de 45.0 km/h en relación con dicho punto. Los dos barcos están en una región del océano donde el movimiento de la corriente es uniforme hacia el oeste a 10.0 km/h. El barco trasero transmite una señal de sonar a una frecuencia de 1 200.0 Hz. ¿Qué frecuencia monitorea el barco delantero? Use 1 520 m/s como la rapidez del sonido en agua oceánica.

Un murciélago, que se mueve a 5.00 m/s, persigue a un insecto volador. Si el murciélago emite un chillido de 40.0 kHz y recibe de vuelta un eco a 40.4 kHz, ¿a qué rapidez se mueve el insecto hacia o alejándose del murciélago? (Considere que la rapidez del sonido en el aire es $v = 340$ m/s.)

55. Suponga que una bocina transmite sonido por igual en todas direcciones y produce sonido con un nivel de 103 dB a una distancia de 1.60 m desde su centro. a) Encuentre su potencia de salida sonora. b) Si un vendedor afirma que le da 150 W por cada canal, él se refiere a la entrada de potencia eléctrica a la bocina. Encuentre la eficiencia de la bocina, es decir, la fracción de potencia de entrada que se convierte en potencia de salida útil.

Una patrulla viaja hacia el este a 40.0 m/s a lo largo de un camino recto, y rebasa a un automóvil adelante de ella que se mueve al este a 30.0 m/s. A la patrulla se le descompone la sirena, que se pega a 1 000 Hz. a) Bosqueje la apariencia de los frentes de onda del sonido producido por la sirena. Muestre los frentes de onda tanto al este como al oeste de la patrulla. b) ¿Cuál sería la longitud de onda en aire del sonido de la sirena si la patrulla estuviera en reposo? c) ¿Cuál es la longitud de onda enfrente de la patrulla? d) ¿Cuál es detrás de la patrulla? e) ¿Cuál es la frecuencia que escucha el conductor que es perseguido?

● La rapidez de una onda compresiva unidimensional que viaja a lo largo de una barra delgada de cobre es 3.56 km/s. A una barra de cobre se le da un martillazo en un extremo. Un escucha en el extremo lejano de la barra percibe el sonido dos veces, transmitido a través del metal y a través del aire a 0°C, con un intervalo de tiempo Δt entre los dos pulsos. a) ¿Cuál sonido llega primero? b) Encuentre la longitud de la barra como función de Δt. c) Evalúe la longitud de la barra si Δt = 127 ms. d) Imagine que el cobre se sustituye por un material mucho más rígido a través del cual el sonido viajaría mucho más rápido. ¿Cómo cambiaría la respuesta del inciso b)? ¿Iría a un límite bien definido a medida que la rapidez de la señal en la barra tiende a infinito? Explique su respuesta.

58. Una autopista interestatal se construyó a través de un vecindario pobre en la ciudad. En la tarde, el nivel sonoro en una habitación rentada es de 80.0 dB cuando 100 automóviles pasan afuera de la ventana cada minuto. En la madrugada, cuando el inquilino del cuarto está en su trabajo en una fábrica, el flujo de tránsito es de sólo cinco automóviles por minuto. ¿Cuál es el nivel sonoro promedio en la madrugada?

Un meteoroide del tamaño de un camión entra a la atmósfera de la Tierra con una rapidez de 20.0 km/s y no se frena significativamente antes de entrar al océano. a) ¿Cuál es el ángulo Mach de la onda de choque del meteoroide en la atmósfera? (Use 331 m/s como la rapidez del sonido.) b) Si supone que el meteoroide sobrevive al impacto con la superficie del océano, ¿cuál es el ángulo Mach (inicial) de la onda de choque que produce el meteoroide en el agua? (Use la rapidez de onda para agua de mar dada en la tabla 17.1.)

La ecuación 17.7 afirma que, a una distancia r de una fuente puntual con potencia $\mathcal{P}_{\text{prom}}$, la intensidad de onda es

$$I = \frac{\mathcal{P}_{\text{prom}}}{4\pi r^2}$$

Estudie la figura 17.9 y pruebe que, a una distancia r justo enfrente de una fuente puntual con potencia $\mathcal{P}_{\text{prom}}$ que se mueve con rapidez constante v_S, la intensidad de onda es

$$I = \frac{\mathcal{P}_{\text{prom}}}{4\pi r^2}\left(\frac{v - v_S}{v}\right)$$

Con métodos experimentales particulares, es posible producir y observar en una larga barra delgada tanto una onda longitudinal como una onda transversal cuya rapidez depende principalmente de la tensión en la barra. La rapidez de la onda longitudinal está determinada por el módulo de Young y la densidad del material, de acuerdo con la expresión $v = \sqrt{Y/\rho}$. La onda transversal se puede modelar como una onda en una cuerda estirada. Una barra metálica particular tiene 150 cm de largo y un radio de 0.200 cm y una masa de 50.9 g. El módulo de Young para el material es 6.80×10^{10} N/m^2. ¿Cuál debe ser la tensión en la barra si la relación de la rapidez de las ondas longitudinales a la rapidez de las ondas transversales es 8.00?

62. La ecuación Doppler que se presentó en el texto es válida cuando el movimiento entre el observador y la fuente se presenta en línea recta, de modo que la fuente y el observador se mueven directamente uno hacia el otro o directamente uno alejándose del otro. Si esta restricción se relaja, uno debe usar la ecuación Doppler más general

$$f' = \left(\frac{v + v_O \cos\theta_O}{v - v_S \cos\theta_S}\right) f$$

donde θ_O y θ_S se definen en la figura P17.62a. a) Demuestre que, si el observador y la fuente se mueven alejándose directamente uno de otro, la ecuación anterior se reduce a la ecuación 17.13, con valores negativos tanto para v_O como para v_S. b) Use la ecuación precedente para resolver el siguiente problema: un tren se mueve con una rapidez constante de 25.0 m/s hacia la intersección que se muestra en la figura P17.62b. Un automóvil se detiene cerca del cruce, a 30.0 m de las vías. Si el silbato del tren emite una frecuencia de 500 Hz, ¿cuál es la frecuencia que escuchan los pasajeros en el automóvil cuando el tren está a 40.0 m de la intersección? Considere que la rapidez del sonido es de 343 m/s.

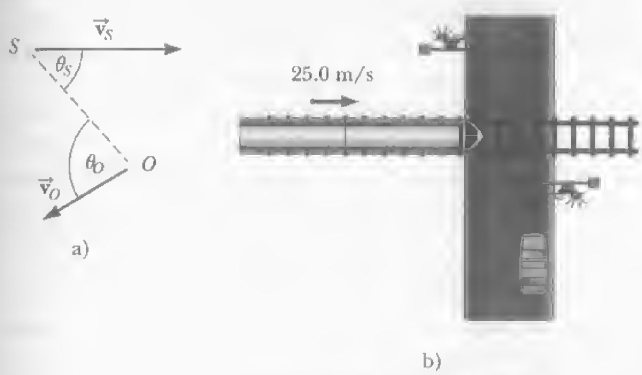


Figura P17.62

Tres barras metálicas se ubican una en relación con la otra como se muestra en la figura P17.63, donde $L_1 + L_2 = L_3$. La rapidez del sonido en una barra se conoce por $v = \sqrt{Y/\rho}$, donde Y es el módulo de Young para la barra y ρ es la densidad. Los valores de densidad y módulo de Young para los tres materiales son: $\rho_1 = 2.70 \times 10^3$ kg/m^3, $Y_1 = 7.00 \times 10^{10}$ N/m^2, $\rho_2 = 11.3 \times 10^3$ kg/m^3, $Y_2 = 1.60 \times 10^{10}$ N/m^2, $\rho_3 = 8.80 \times 10^3$ kg/m^3 y $Y_3 = 11.0 \times 10^{10}$ N/m^2. a) Si $L_3 = 1.50$ m, ¿cuál debe ser la relación L_1/L_2 si una onda sonora debe viajar la longitud de las barras 1 y 2 en el mismo intervalo de tiempo requerido para que la onda recorra la longitud de la barra 3? b) La frecuencia de la fuente es de 4.00 kHz. Determine la diferencia de fase entre la onda que viaja a lo largo de las barras 1 y 2 y la que viaja a lo largo de la barra 3.

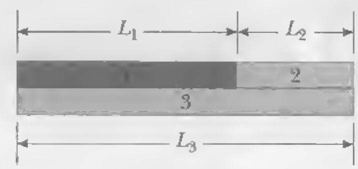


Figura P17.63

Respuestas a las preguntas rápidas

17.1 c). Ya que el fondo de la botella es una barrera rígida, el desplazamiento de los elementos de aire en el fondo es cero. Ya que la variación de presión es un mínimo o un máximo cuando el desplazamiento es cero, y ya que el pulso se mueve hacia abajo, la variación de presión en el fondo es un máximo.

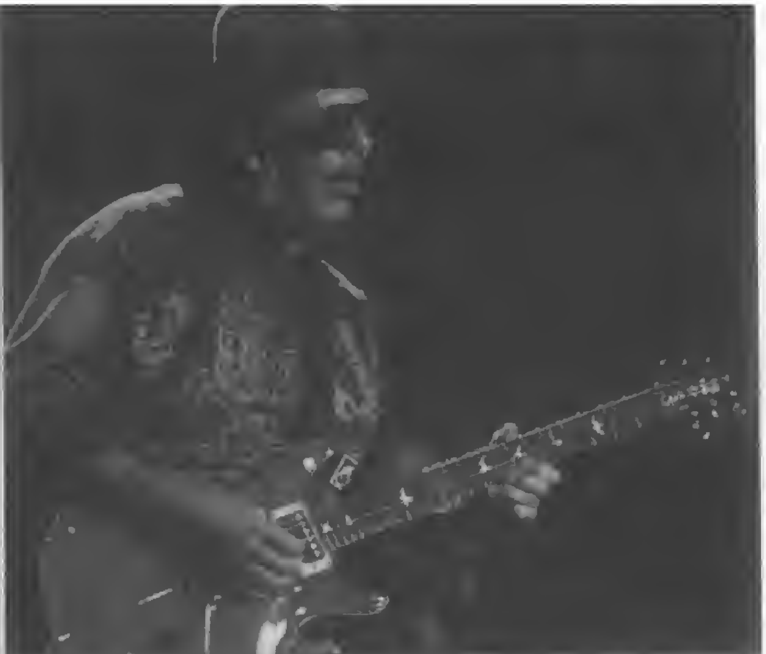
17.2 b). La gran área del cuerpo de la guitarra pone muchos elementos de aire en oscilación y permite que la energía deje el sistema mediante ondas mecánicas en una proporción mucho mayor que de la delgada cuerda en vibración.

17.3 b). El factor de 100 es dos potencias de 10. El logaritmo de 100 es 2, que multiplicado por 10 da 20 dB.

17.4 e). La rapidez de onda no se puede cambiar al mover la fuente, de modo que las opciones a) y b) son incorrectas. La longitud de onda detectada es mayor en A, así que las opciones c) y d) son incorrectas. La opción f) es incorrecta porque la frecuencia detectada es menor en A.

17.5 e). La intensidad del sonido aumenta porque el tren se mueve más cerca de usted. Ya que el tren se mueve con velocidad constante, la frecuencia de corrimiento Doppler permanece fija.

17.6 b). El número Mach es la relación de la rapidez del avión (que no cambia) a la rapidez del sonido, que es mayor en el aire caliente que en el frío. El denominador de esta relación aumenta, mientras que el numerador permanece constante. Por lo tanto, la relación como un todo, el número Mach, disminuye.


El guitarrista Carlos Santana aprovecha las ondas estacionarias en las cuerdas. Él cambia a notas más altas en la guitarra al empujar las cuerdas contra los trastes en el diapasón, lo que acorta la longitud de las porciones de las cuerdas que vibran. (Bettmann/Corbis)

18.1 Sobreposición e interferencia
18.2 Ondas estacionarias
18.3 Ondas estacionarias en una cuerda fija en ambos extremos
18.4 Resonancia
18.5 Ondas estacionarias en columnas de aire
18.6 Ondas estacionarias en barras y membranas
18.7 Batimientos: interferencia en el tiempo
18.8 Patrones de ondas no sinusoidales

18 Sobreposición y ondas estacionarias

Se introdujo el modelo ondulatorio en los dos capítulos anteriores. Se vio que las ondas son muy diferentes de las partículas. Una partícula es de tamaño cero, mientras que una onda tiene un tamaño característico, su longitud de onda. Otra diferencia importante entre ondas y partículas es que se puede explorar la posibilidad de dos o más ondas combinadas en un punto en el mismo medio. Las partículas se combinan para formar objetos extendidos, pero las partículas deben estar en *diferentes* posiciones. En contraste, dos ondas pueden estar presentes en la misma posición. Las ramificaciones de esta posibilidad se exploran en este capítulo.

Cuando las ondas se combinan en sistemas con condiciones de frontera, sólo existen ciertas frecuencias permitidas, y se dice que las frecuencias están *cuantizadas.* La cuantización es una noción que está en el corazón de la mecánica cuántica, un tema que se introduce de manera formal en el capítulo 40. Ahí se demuestra que las ondas bajo condiciones de frontera explican muchos de los fenómenos cuánticos. En este capítulo se usa la cuantización para entender el comportamiento de la amplia variedad de instrumentos musicales que se basan en cuerdas y columnas de aire.

También se considera la combinación de ondas que tienen diferentes frecuencias. Cuando interfieren dos ondas sonoras que tienen casi la misma frecuencia, se escuchan variaciones en la sonoridad llamadas *batimientos.* Por último, se analiza cómo cualquier onda periódica no sinusoidal se describe como una suma de funciones seno y coseno.

18.1 Sobreposición e interferencia

Muchos fenómenos ondulatorios interesantes en la naturaleza no se pueden describir mediante una sola onda progresiva. En vez de ello, se debe analizar estos fenómenos en términos de una combinación de ondas progresivas. Para analizar tales combinaciones ondulatorias, se utiliza el **principio de sobreposición**:

Si dos o más ondas progresivas se mueven a través de un medio, el valor resultante de la función de onda en cualquier punto es la suma algebraica de los valores de las funciones de onda de las ondas individuales.

◄ Principio de sobreposición

Las ondas que obedecen este principio se llaman *ondas lineales*. En el caso de ondas mecánicas, las ondas lineales generalmente se caracterizan por tener amplitudes mucho menores que sus longitudes de onda. Las ondas que violan el principio de sobreposición se llaman *ondas no lineales* y con frecuencia se caracterizan por grandes amplitudes. En este libro sólo se tratará con ondas lineales.

Una consecuencia del principio de sobreposición es que **dos ondas progresivas pueden pasar una a través de la otra sin destruirse o alterarse**. Por ejemplo, cuando dos guijarros se lanzan en un estanque y golpean la superficie en diferentes posiciones, las ondas circulares superficiales que se expanden desde las dos posiciones no se destruyen entre sí sino que pasan una sobre la otra. El complejo patrón resultante se puede ver como dos conjuntos independientes de círculos en expansión.

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 18.1

¿Las ondas realmente interfieren?

En el uso popular el término *interferir* implica que un agente afecta una situación en alguna forma, de modo que evita que algo ocurra. Por ejemplo, en el futbol americano, *interferencia de pase* significa que un jugador defensivo afectó al receptor de modo que el receptor fue incapaz de atrapar el balón. Este uso es muy diferente del dado en física, donde las ondas pasan una a través de otra e interfieren, pero no se afectan mutuamente en forma alguna. En física, interferencia es similar a la noción de *combinación*, como se describe en este capítulo.

La figura 18.1 es una representación gráfica de la sobreposición de dos pulsos. La función de onda para el pulso móvil hacia la derecha es y_1, y la función de onda para el pulso móvil hacia la izquierda es y_2. Los pulsos tienen la misma rapidez pero diferentes formas y el desplazamiento de los elementos del medio está en la dirección y positiva para ambos pulsos. Cuando las ondas comienzan a traslaparse (figura 18.1b), la función de onda para la onda compleja resultante se conoce por $y_1 + y_2$. Cuando las crestas de los pulsos coinciden (figura 18.1c), la onda resultante conocida por $y_1 + y_2$ tiene una amplitud mayor que los pulsos individuales. Los dos pulsos finalmente se separan y continúan su movimiento en sus direcciones originales (figura 18.1d). Advierta que la forma del pulso permanece invariable después de la interacción, ¡como si los dos pulsos nunca se hubieran encontrado!

La combinación de ondas separadas en la misma región de espacio para producir una onda resultante se llama **interferencia**. Para los dos pulsos que se muestran en la figura 18.1, el desplazamiento de los elementos del medio está en la dirección y positiva para ambos pulsos, y el pulso resultante (creado cuando los pulsos individuales se traslapan) muestra una amplitud mayor que la de cualquier pulso individual. Ya que los desplazamientos causados por los dos pulsos están en la misma dirección, a esta interferencia se le refiere como **interferencia constructiva**.

◄ Interferencia constructiva

Ahora considere dos pulsos que viajan en direcciones opuestas en una cuerda tensa donde un pulso se invierte relativo con el otro, como se ilustra en la figura 18.2. Cuando estos pulsos comienzan a traslapar, el pulso resultante se conoce por $y_1 + y_2$, pero los valores de la función y_2 son negativos. De nuevo, los dos pulsos pasan uno a través del otro; sin embargo, ya que los desplazamientos causados por los dos pulsos están en direcciones opuestas, a su superposición se le refiere como **interferencia destructiva**.

◄ Interferencia destructiva

El principio de sobreposición es la composición central del **modelo de ondas en interferencia**. En muchas situaciones, tanto en acústica como en óptica, las ondas se combinan de acuerdo con este principio y muestran interesantes fenómenos con aplicaciones prácticas.

Pregunta rápida 18.1 Dos pulsos se mueven en direcciones opuestas sobre una cuerda y son idénticos en forma, excepto que uno tiene desplazamientos positivos de los elementos de la cuerda y el otro tiene desplazamientos negativos. En el momento en que los dos pulsos se traslapan por completo en la cuerda, ¿qué sucede? a) La energía asociada con los pulsos desaparece. b) La cuerda no es móvil. c) La cuerda forma una línea recta. d) Los pulsos desaparecen y no reaparecerán.

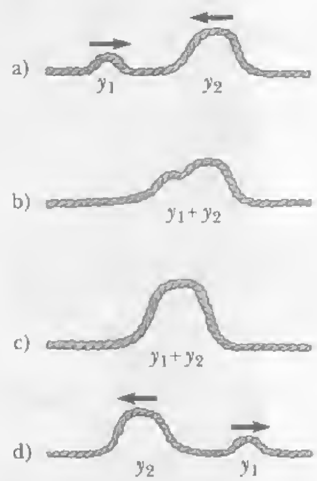


Figura 18.1 (a–d) Dos pulsos que viajan en direcciones opuestas en una cuerda estirada pasan una a través de la otra. Cuando los pulsos se traslapan, como se muestra en b) y c), el desplazamiento neto de la cuerda es igual a la suma de los desplazamientos producidos por cada pulso. Ya que cada pulso produce desplazamientos positivos de la cuerda, a su sobreposición se le refiere como *interferencia constructiva.*

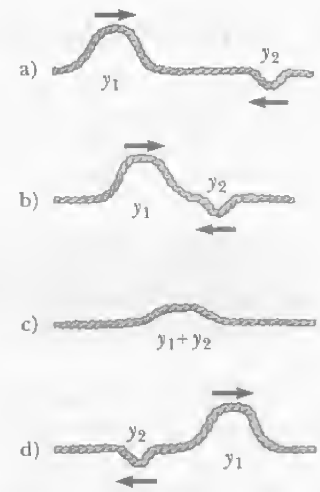


Figura 18.2 (a–d) Dos pulsos que viajan en direcciones opuestas y tienen desplazamientos invertidos uno en relación con el otro. Cuando los dos se traslapan en c), sus desplazamientos se cancelan parcialmente uno a otro.

Sobreposición de ondas sinusoidales

Ahora se aplicará el principio de sobreposición a dos ondas sinusoidales que viajan en la misma dirección en un medio lineal. Si las dos ondas viajan hacia la derecha y tienen la misma frecuencia, longitud de onda y amplitud pero difieren en fase, sus funciones de onda individuales se pueden expresar como

$$y_1 = A \operatorname{sen}(kx - \omega t) \qquad y_2 = A \operatorname{sen}(kx - \omega t + \phi)$$

donde, como es usual, $k = 2\pi/\lambda$, $\omega = 2\pi f$ y ϕ es la constante de fase como se explicó en la sección 16.2. Por tanto, la función de onda resultante y es

$$y = y_1 + y_2 = A[\operatorname{sen}(kx - \omega t) + \operatorname{sen}(kx - \omega t + \phi)]$$

Para simplificar esta expresión, se usa la identidad trigonométrica

$$\operatorname{sen} a + \operatorname{sen} b = 2 \cos\left(\frac{a-b}{2}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{a+b}{2}\right)$$

Al hacer $a = kx - \omega t$ y $b = kx - \omega t + \phi$, se encuentra que la función de onda resultante y se reduce a

Resultante de dos ondas sinusoidales viajeras ▶

$$y = 2A \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) \operatorname{sen}\left(kx - \omega t + \frac{\phi}{2}\right)$$

Este resultado tiene muchas características importantes. La función de onda resultante y también es sinusoidal y tiene la misma frecuencia y longitud de onda que las ondas individuales porque la función seno incorpora los mismos valores de k y ω que aparecen en las funciones de onda originales. La amplitud de la onda resultante es $2A\cos(\phi/2)$ y su fase es $\phi/2$. Si la constante de fase ϕ es igual a 0, en tal caso $\cos(\phi/2) = \cos 0 = 1$ y la amplitud de la onda resultante es $2A$, el doble de la amplitud de cualquier onda individual. En este caso, se dice que las ondas están *en fase* en cualquier parte y, por tanto, interfieren constructivamente. Esto es, las crestas y valles de las ondas individuales y_1 y y_2 se presentan

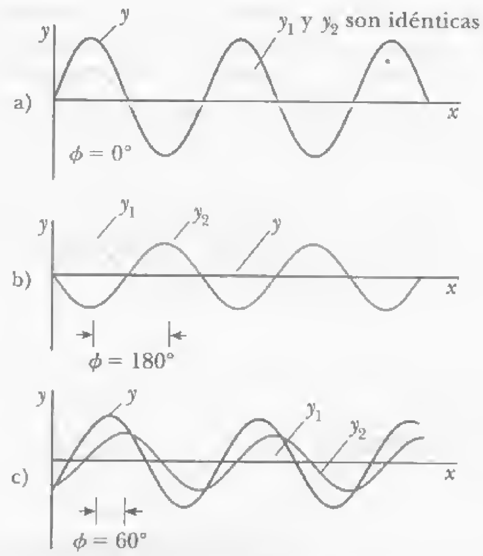


Figura 18.3 Sobreposición de dos ondas idénticas y_1 y y_2 (azul y verde, respectivamente) para producir una onda resultante (rojo). a) Cuando y_1 y y_2 están en fase, el resultado es interferencia constructiva. b) Cuando y_1 y y_2 están π radianes fuera de fase, el resultado es interferencia destructiva. c) Cuando el ángulo de fase tiene un valor distinto de 0 o π radianes, la onda resultante y cae en alguna parte entre los extremos que se muestran en a) y b).

en las mismas posiciones y se combinan para formar la curva roja y de amplitud $2A$ que se muestra en la figura 18.3a. Ya que las ondas individuales están en fase, son indistinguibles en la figura 18.3a, en la que aparecen como una sola curva azul. En general, la interferencia constructiva ocurre cuando $\cos(\phi/2) = \pm 1$. Esto es cierto, por ejemplo, cuando $\phi = 0, 2\pi, 4\pi, \ldots$ radianes, es decir, cuando ϕ es un múltiplo *par* de π.

Cuando ϕ es igual a π radianes o a cualquier múltiplo *impar* de π, en tal caso $\cos(\phi/2) = \cos(\pi/2) = 0$ y las crestas de una onda se presentan en las mismas posiciones que los valles de la segunda onda (figura 18.3b). Por lo tanto, como consecuencia de la interferencia destructiva, la onda resultante tiene amplitud *cero* en todas partes. En último lugar, cuando la constante de fase tiene un valor arbitrario distinto de 0 o un múltiplo entero de π radianes (figura 18.3c), la onda resultante tiene una amplitud cuyo valor está en alguna parte entre 0 y $2A$.

En el caso más general en el que las ondas tienen la misma longitud de onda pero diferentes amplitudes, los resultados son similares con las siguientes excepciones. En el caso en fase, la amplitud de la onda resultante no es el doble que en una sola onda, sino más bien es la suma de las amplitudes de las dos ondas. Cuando las ondas están π radianes fuera de fase, no se cancelan completamente como en la figura 18.3b. El resultado es una onda cuya amplitud es la diferencia en las amplitudes de las ondas individuales.

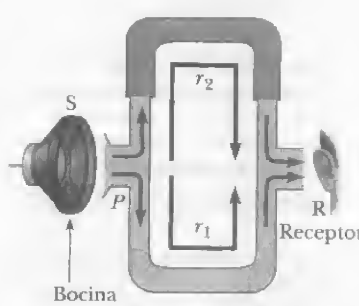


Figura 18.4 Un sistema acústico para demostrar la interferencia de las ondas de sonido. Una onda de sonido de la bocina (S) se propaga en un tubo y se divide en dos partes en el punto P. Las dos ondas, que se combinan en el lado opuesto, son detectadas por el receptor (R). La longitud de trayectoria superior r_2 puede variar al deslizar la sección superior.

Interferencia de ondas sonoras

En la figura 18.4 se muestra un dispositivo simple para demostrar la interferencia de las ondas sonoras. El sonido de una bocina S se envía a un tubo en el punto P, donde hay una unión en forma de T. La mitad de la energía sonora viaja en una dirección y la mitad viaja en la dirección opuesta. Por lo tanto, las ondas sonoras que alcanzan al receptor R pueden viajar a lo largo de cualquiera de las dos trayectorias. La distancia a lo largo de cualquier trayectoria de la bocina al receptor se llama **longitud de trayectoria** r. La longitud de trayectoria inferior r_1 es fija, pero la longitud de trayectoria superior r_2 se puede variar al deslizar el tubo en forma de U, que es similar al de un trombón. Cuando la diferencia en las longitudes de trayectoria $\Delta r = |r_2 - r_1|$ es cero o algún múltiplo entero de la longitud de onda λ (es decir, $\Delta r = n\lambda$, donde $n = 0, 1, 2, 3, \ldots$), las dos ondas que llegan al receptor

en cualquier instante están en fase y se interfieren constructivamente, como se muestra en la figura 18.3a. Para este caso, en el receptor se detecta un máximo en la intensidad sonora. Si la longitud de trayectoria r_2 se ajusta de tal modo que la diferencia de trayectoria $\Delta r = \lambda/2, 3\lambda/2, \ldots, n\lambda/2$ (para n impar), las dos ondas están exactamente π radianes, o 180°, fuera de fase en el receptor y por tanto se cancelan mutuamente. En este caso de interferencia destructiva el receptor no detecta sonido. Este experimento simple demuestra que entre dos ondas generadas por la misma fuente puede surgir una diferencia de fase cuando viajan a lo largo de trayectorias de longitudes distintas. Este importante fenómeno será indispensable en la investigación de la interferencia de ondas luminosas en el capítulo 37.

EJEMPLO 18.1 Dos bocinas accionadas por la misma fuente

Dos bocinas idénticas colocadas con una separación de 3.00 m son accionadas por el mismo oscilador (figura 18.5). Un escucha está originalmente en el punto O, ubicado a 8.00 m del centro de la línea que conecta las dos bocinas. Luego el escucha se mueve al punto P, que está a una distancia perpendicular de 0.350 m de O, y experimenta el *primer mínimo* en la intensidad del sonido. ¿Cuál es la frecuencia del oscilador?

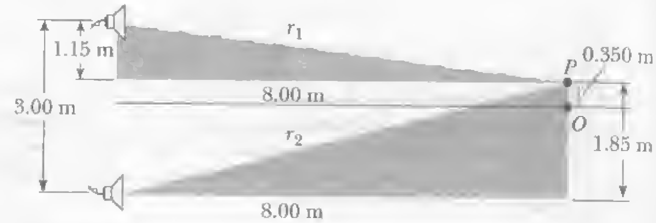


Figura 18.5 (Ejemplo 18.1) Dos bocinas idénticas emiten ondas sonoras a un escucha en P.

SOLUCIÓN

Conceptualizar En la figura 18.4, una onda sonora entra a un tubo y después se divide *acústicamente* en dos diferentes trayectorias antes de recombinarse en el otro extremo. En este ejemplo, una señal que representa el sonido se divide *eléctricamente* y sale a dos bocinas diferentes. Después de dejar las bocinas, las ondas sonoras se recombinan en la posición del escucha. A pesar de la diferencia en como se presenta la división, en este caso aplica la explicación de la diferencia de trayectoria vista en la figura 18.4.

Categorizar Ya que las ondas sonoras de las dos fuentes separadas se combinan, se aplica el modelo de análisis de ondas en interferencia.

Analizar La figura 18.5 muestra el ordenamiento físico de las bocinas, junto con dos triángulos rectángulos sombreados que se pueden dibujar sobre la base de las longitudes descritas en el problema. El primer mínimo se presenta cuando las dos ondas que llegan al escucha en el punto P están 180° fuera de fase, en otras palabras, cuando su diferencia de trayectoria Δr es igual a $\lambda/2$.

A partir de los triángulos sombreados, encuentre las longitudes de trayectoria de las bocinas al escucha:

$$r_1 = \sqrt{(8.00\text{ m})^2 + (1.15\text{ m})^2} = 8.08\text{ m}$$

$$r_2 = \sqrt{(8.00\text{ m})^2 + (1.85\text{ m})^2} = 8.21\text{ m}$$

Por eso, la diferencia de trayectoria es $r_2 - r_1 = 0.13$ m. Ya que esta diferencia de trayectoria debe ser igual a $\lambda/2$ para el primer mínimo, $\lambda = 0.26$ m.

Para obtener la frecuencia del oscilador, use la ecuación 16.12, $v = \lambda f$, donde v es la rapidez del sonido en el aire, 343 m/s:

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{343\text{ m/s}}{0.26\text{ m}} = \boxed{1.3\text{ kHz}}$$

Finalizar Este ejemplo permite entender por qué los alambres de las bocinas en un aparato de sonido se deben conectar de manera adecuada. Cuando se conectan del modo equivocado (es decir, cuando el alambre positivo, o rojo, es conectado a la terminal negativa, o negra, en una de las bocinas y la otra se conecta correctamente) se dice que las bocinas están "fuera de fase", y una bocina es móvil hacia afuera mientras la otra se mueve hacia adentro. En consecuencia, la onda sonora proveniente de una bocina interfiere destructivamente con la onda que viene de la otra en el punto O de la figura 18.5. Una región de enrarecimiento debida a una bocina se sobrepone a una región de compresión de la otra bocina. Auque los dos sonidos probablemente no se cancelen por completo uno a otro (porque las señales estereofónicas izquierda y derecha por lo general no son idénticas), en el punto O se presenta una sustancial pérdida de calidad sonora.

¿Qué pasaría si? ¿Y si las bocinas se conectaran fuera de fase? ¿Qué sucede en el punto P en la figura 18.5?

Respuesta En esta situación, la diferencia de trayectoria de $\lambda/2$ se combina con una diferencia de fase de $\lambda/2$ debido al cableado incorrecto para dar una diferencia de fase completa de λ. Como resultado, las ondas están en fase y hay una intensidad *máxima* en el punto P.

18.2 Ondas estacionarias

Las ondas sonoras a causa del par de bocinas del ejemplo 18.1 salen de las bocinas hacia adelante, y hacen interferencia en un punto enfrente de las bocinas. Suponga que da vuelta a las bocinas de modo que una quede frente a la otra y luego hace que emitan sonido a la misma frecuencia y amplitud. En esta situación dos ondas idénticas viajan en direcciones opuestas en el mismo medio, como en la figura 18.6. Dichas ondas se combinan de acuerdo con el modelo de ondas en interferencia.

Para tal situación se consideran funciones de onda para dos ondas sinusoidales transversales que tengan la misma amplitud, frecuencia y longitud de onda pero que viajen en direcciones opuestas en el mismo medio:

$$y_1 = A \text{ sen } (kx - \omega t) \qquad y_2 = A \text{ sen } (kx + \omega t)$$

donde y_1 representa una onda que viaja en la dirección $+x$ y y_2 representa una que viaja en la dirección $-x$. Al sumar estas dos funciones da la función de onda resultante y:

$$y = y_1 + y_2 = A \text{ sen } (kx - \omega t) + A \text{ sen } (kx + \omega t)$$

Cuando se usa la identidad trigonométrica $(a \pm b) = \text{sen } (a) \cos (b) \pm \cos (a) \text{ sen } (b)$, esta expresión se reduce a

$$y = (2A \text{ sen } kx) \cos \omega t \qquad (18.1)$$

La ecuación 18.1 representa la función de onda de una **onda estacionaria**. Una onda estacionaria, como la de una cuerda que se muestra en la figura 18.7, es un patrón de oscilación *con un contorno estacionario* que resulta de la sobreposición de dos ondas idénticas que viajan en direcciones opuestas.

Advierta que la ecuación 18.1 no contiene una función de $kx - \omega t$. Por lo tanto, no es una expresión para una sola onda progresiva. Cuando usted observa una onda estacionaria, no hay sentido de movimiento en la dirección de propagación de cualquier onda original. Al comparar la ecuación 18.1 con la ecuación 15.6, es clara la descripción de una clase especial de movimiento armónico simple. Cada elemento del medio oscila en movimiento armónico con la misma frecuencia angular ω (de acuerdo con el factor $\cos \omega t$ en la ecuación). Sin embargo, la amplitud del movimiento armónico simple de un elemento

Figura 18.6 Dos bocinas idénticas emiten ondas sonoras una hacia otra. Cuando se traslapan, las ondas idénticas que viajan en direcciones opuestas se combinarán para formar ondas estacionarias.

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 18.2
Tres tipos de amplitud

Es necesario distinguir con claridad entre la **amplitud de las ondas individuales**, que es A, y la **amplitud del movimiento armónico simple de los elementos del medio**, que es $2A$ sen kx. Un elemento determinado en una onda estacionaria vibra dentro de las restricciones de la función *envolvente* $2A$ sen kx, donde x es la posición en el medio de dicho elemento. Tal vibración está en contraste con las ondas sinusoidales viajeras, en las que todos los elementos oscilan con la misma amplitud y la misma frecuencia y la amplitud A de la onda es la misma que la amplitud A del movimiento armónico simple de los elementos. Además, se puede identificar la **amplitud de la onda estacionaria** como $2A$.

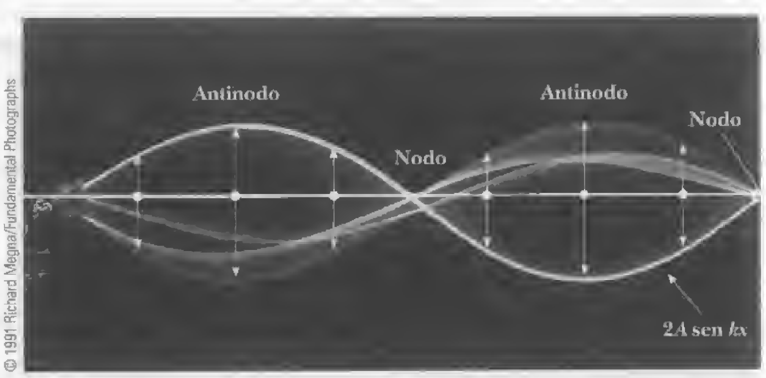


Figura 18.7 Fotografía múltiple de una onda estacionaria en una cuerda. El comportamiento temporal del desplazamiento vertical desde el equilibrio de un elemento individual de la cuerda se conoce por $\cos \omega t$. Es decir, cada elemento vibra con una frecuencia angular ω. La amplitud de la oscilación vertical de cualquier elemento de la cuerda depende de la posición horizontal del elemento. Cada elemento vibra dentro de los confines de la función envolvente $2A$ sen kx.

(dada por el factor $2A$ sen kx, el coeficiente de la función coseno) depende de la ubicación x del elemento en el medio.

La amplitud del movimiento armónico simple de un elemento del medio tiene un valor mínimo de cero cuando x satisface la condición sen $kx = 0$, es decir, cuando

$$kx = 0, \pi, 2\pi, 3\pi, \ldots$$

Ya que $k = 2\pi/\lambda$, estos valores para kx producen

Posiciones de nodos ▶

$$x = 0, \frac{\lambda}{2}, \lambda, \frac{3\lambda}{2}, \ldots = \frac{n\lambda}{2} \quad n = 0, 1, 2, 3, \ldots \tag{18.2}$$

Estos puntos de amplitud cero se llaman **nodos**.

El elemento del medio con el *mayor* desplazamiento posible desde el equilibrio tiene una amplitud de $2A$, que se define como la amplitud de la onda estacionaria. Las posiciones en el medio donde se presenta este desplazamiento máximo se llaman **antinodos**. Los antinodos se ubican en posiciones que satisfacen la condición sen $kx = \pm 1$ de la coordenada x, es decir, cuando

$$kx = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \ldots$$

Por lo tanto, las posiciones de los antinodos se dan por

Posiciones de antinodos ▶

$$x = \frac{\lambda}{4}, \frac{3\lambda}{4}, \frac{5\lambda}{4}, \ldots = \frac{n\lambda}{4} \quad n = 1, 3, 5, \ldots \tag{18.3}$$

En la figura 18.7 se etiquetan dos nodos y dos antinodos en la onda estacionaria. La curva azul claro etiquetada $2A$ sen kx en la figura 18.7 representa una longitud de onda de las ondas progresivas que se combinan para formar la onda estacionaria. La figura 18.7 y las ecuaciones 18.2 y 18.3 proporcionan las siguientes características de las ubicaciones de nodos y antinodos:

La distancia entre antinodos adyacentes es igual a $\lambda/2$.
La distancia entre nodos adyacentes es igual a $\lambda/2$.
La distancia entre un nodo y un antinodo adyacente es $\lambda/4$.

En la figura 18.8 aparecen los patrones de onda de los elementos del medio producidos en diferentes momentos por dos ondas viajeras transversales que se mueven en direcciones opuestas. Las curvas azul y verde son los patrones de onda para las ondas progresivas in-

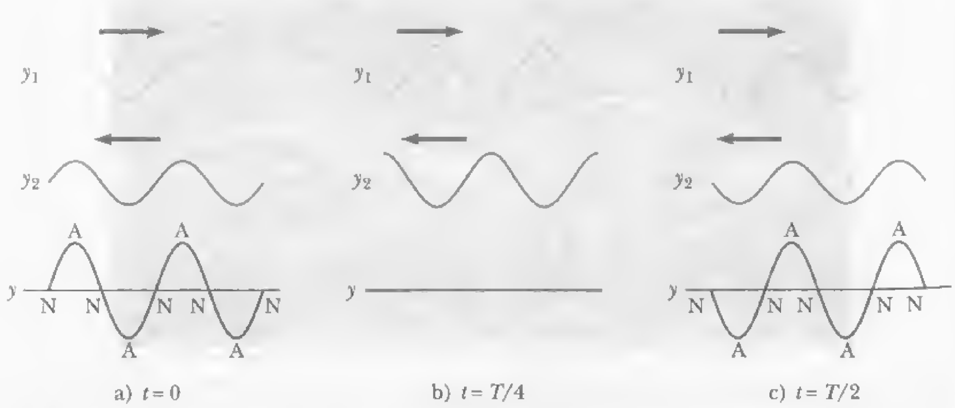


Figura 18.8 Patrones de onda estacionaria producidos en diferentes momentos por dos ondas de igual amplitud que viajan en direcciones opuestas. Para la onda resultante y, los nodos (N) son puntos de desplazamiento cero y los antinodos (A) son puntos de desplazamiento máximo.

dividuales y las curvas cafés son los patrones de onda para la onda estacionaria resultante. En $t = 0$ (figura 18.8a), las dos ondas progresivas están en fase, lo que da un patrón de onda en el que cada elemento del medio está en reposo y experimenta su máximo desplazamiento desde el equilibrio. Un cuarto de periodo después, en $t = T/4$ (figura 18.8b), las ondas progresivas se movieron un cuarto de longitud de onda (una a la derecha y la otra a la izquierda). En este momento, las ondas progresivas están fuera de fase y cada elemento del medio pasa a través de la posición de equilibrio en su movimiento armónico simple. El resultado es desplazamiento cero para los elementos en todos los valores de x; es decir, el patrón de onda es una línea recta. En $t = T/2$ (figura 18.8c), las ondas progresivas de nuevo están en fase, lo que produce un patrón de onda que está invertido relativo con el patrón $t = 0$. En la onda estacionaria, los elementos del medio alternan en tiempo entre los extremos que se muestran en la figura 18.8a y c.

Pregunta rápida 18.2 Considere una onda estacionaria en una cuerda, como se muestra en la figura 18.8. Defina la velocidad de los elementos de la cuerda como positiva si se mueven hacia arriba en la figura. **i)** En el momento en que la cuerda tiene la forma que se muestra mediante la curva café en la figura 18.8a, ¿cuál es la velocidad instantánea de los elementos a lo largo de la cuerda? a) cero para todos los elementos, b) positiva para todos los elementos, c) negativa para todos los elementos, d) varía con la posición del elemento. **ii)** A partir de las mismas opciones, en el momento en que la cuerda tiene la forma que se muestra mediante la curva café en la figura 18.8b, ¿cuál es la velocidad instantánea de los elementos a lo largo de la cuerda?

EJEMPLO 18.2 Formación de una onda estacionaria

Dos ondas que viajan en direcciones opuestas producen una onda estacionaria. Las funciones de onda individuales son

$$y_1 = (4.0\text{ cm})\text{ sen }(3.0x - 2.0t)$$
$$y_2 = (4.0\text{ cm})\text{ sen }(3.0x + 2.0t)$$

donde x y y se miden en centímetros.

A) Encuentre la amplitud del movimiento armónico simple del elemento del medio ubicado en $x = 2.3$ cm.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Las ondas descritas por las ecuaciones conocidas son idénticas excepto por sus direcciones de viaje, así que de hecho se combinan para formar una onda estacionaria como se explicó en esta sección.

Categorizar Se sustituirán valores en las ecuaciones por desarrollar en esta sección, así que este ejemplo se clasifica como un problema de sustitución.

A partir de las ecuaciones para las ondas $A = 4.0$ cm, $k = 3.0$ rad/cm y $\omega = 2.0$ rad/s. Use la ecuación 18.1 para escribir una expresión para la onda estacionaria:

$$y = (2A\text{ sen }kx)\cos\omega t = [(8.0\text{ cm})\text{ sen }3.0x]\cos 2.0t$$

Encuentre la amplitud del movimiento armónico simple del elemento en la posición $x = 2.3$ cm al evaluar el coeficiente de la función coseno en esta posición:

$$y_{\text{máx}} = (8.0\text{ cm})\text{ sen }3.0x|_{x=2.3}$$
$$= (8.0\text{ cm})\text{ sen }(6.9\text{ rad}) = \boxed{4.6\text{ cm}}$$

B) Encuentre las posiciones de los nodos y antinodos si un extremo de la cuerda está en $x = 0$.

SOLUCIÓN

Encuentre la longitud de onda de las ondas progresivas:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = 3.0\text{ rad/cm} \rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{3.0}\text{ cm}$$

Aplique la ecuación 18.2 para hallar las posiciones de los nodos:

$$x = n\frac{\lambda}{2} = \boxed{n\left(\frac{\pi}{3}\right)\text{ cm} \quad n = 0, 1, 2, 3, \ldots}$$

Utilice la ecuación 18.3 para encontrar las posiciones de los antinodos:

$$x = n\frac{\lambda}{4} = \boxed{n\left(\frac{\pi}{6}\right)\text{ cm} \quad n = 1, 3, 5, 7, \ldots}$$

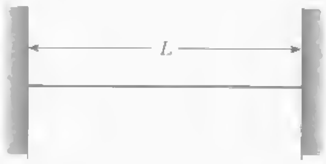


Figura 18.9 Una cuerda de longitud L fija en ambos extremos.

18.3 Ondas estacionarias en una cuerda fija en ambos extremos

Considere una cuerda de longitud L fija en ambos extremos, como se muestra en la figura 18.9. Este sistema se usará como modelo para una cuerda de guitarra o piano. En la cuerda se pueden establecer ondas estacionarias mediante una sobreposición continua de ondas incidentes y reflejadas desde los extremos. Advierta que hay una condición frontera para las ondas en la cuerda. Ya que los extremos de la cuerda están fijos, necesariamente tienen desplazamiento cero y, por ende, son nodos por definición. Esta condición frontera resulta en que la cuerda tenga un número de patrones de oscilación naturales discretos, llamados **modos normales**, cada uno con una frecuencia característica que se calcula con facilidad. Esta situación en la que sólo se permiten ciertas frecuencias de oscilación se llama **cuantización**; la cual es un acontecimiento común cuando las ondas se someten a condiciones frontera y es una característica central para las explicaciones de física cuántica en la versión extendida de este texto. Note que en la figura 18.8 no hay condiciones frontera, así que se pueden establecer ondas estacionarias de *cualquier* frecuencia; no hay cuantización sin condiciones frontera. Ya que las condiciones frontera se presentan con tanta frecuencia para las ondas, para la explicación que sigue se identifica un modelo de análisis llamado **modelo de ondas bajo condiciones de frontera**.

Los modos de oscilación normales para la cuerda de la figura 18.9 se describen al imponer las condiciones frontera de que los extremos sean nodos y que los nodos y antinodos estén separados por un cuarto de longitud de onda. El primer modo normal que es consistente con estos requisitos, que se muestra en la figura 18.10a, tiene nodos en sus extremos y un antinodo en medio: es el modo de longitud de onda más larga que es consistente con las condiciones frontera. El primer modo normal se presenta cuando la longitud de onda λ_1 es igual al doble de la longitud de la cuerda, o $\lambda_1 = 2L$. La sección de una onda estacionaria de un nodo al siguiente se llama *bucle*. En el primer modo normal, la cuerda vibra en un bucle. En el segundo modo normal (véase la figura 18.10b), la cuerda vibra en dos bucles. En este caso, la longitud de onda λ_2 es igual a la longitud de la cuerda, como se expresa por $\lambda_2 = L$. El tercer modo normal (véase la figura 18.10c) corresponde al caso en que $\lambda_3 = 2L/3$ y la cuerda vibra en tres bucles. En general, las longitudes de onda de los diferentes modos normales para una cuerda de longitud L fija en ambos extremos son

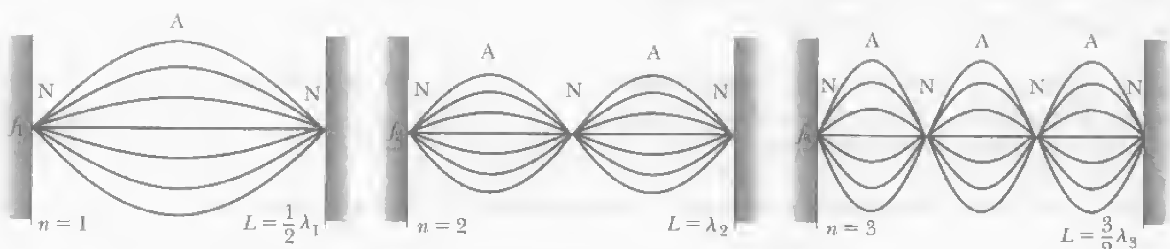


Figura 18.10 Los modos normales de vibración de la cuerda de la figura 18.9 forman una serie armónica: a) la fundamental, o primer armónico; b) el segundo armónico; c) el tercer armónico.

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \quad n = 1, 2, 3, \ldots \tag{18.4}$$

◄ Longitudes de onda de modos normales

donde el índice n se refiere al n-ésimo modo normal de oscilación. Estos nodos son los modos *posibles* de oscilación de la cuerda. Se discuten brevemente los modos *reales* que se excitan en una cuerda.

Las frecuencias naturales asociadas con los modos de oscilación se obtienen de la relación $f = v/\lambda$, donde la rapidez de onda v es la misma para todas las frecuencias. Al usar la ecuación 18.4 se encuentra que las frecuencias naturales f_n de los modos normales son

$$f_n = \frac{v}{\lambda_n} = n\frac{v}{2L} \quad n = 1, 2, 3, \ldots \tag{18.5}$$

◄ Frecuencias de modos normales como funciones de la rapidez de onda y la longitud de la cuerda

Estas frecuencias naturales también se llaman *frecuencias cuantizadas* asociadas con la cuerda oscilante fija en ambos extremos.

Ya que $v = \sqrt{T/\mu}$ (véase la ecuación 16.18) para ondas en una cuerda, donde T es la tensión en la cuerda y μ es su densidad de masa lineal, también se expresan las frecuencias naturales de una cuerda tensa como

$$f_n = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad n = 1, 2, 3, \ldots \tag{18.6}$$

◄ Frecuencia de modos normales como funciones de la tensión en la cuerda y la densidad de masa lineal

La frecuencia más baja de todas, f_1, que corresponde a $n = 1$, se llama **fundamental** o **frecuencia fundamental** y se conoce por

$$f_1 = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{T}{\mu}} \tag{18.7}$$

◄ Frecuencia fundamental de una cuerda tensa

Las frecuencias de los modos restantes son múltiplos enteros de la frecuencia fundamental. Las frecuencias de los modos normales que exhiben una correspondencia de múltiplo entero como ésta forman una **serie armónica**, y los modos normales se llaman **armónicos**. La frecuencia fundamental f_1 es la frecuencia del primer armónico, la frecuencia $f_2 = 2f_1$ es la frecuencia del segundo armónico y la frecuencia $f_n = nf_1$ es la frecuencia del n-ésimo armónico. Otros sistemas oscilatorios, como un parche de tambor, muestran modos normales, pero las frecuencias no se relacionan como múltiplos enteros de una fundamental (véase la sección 18.6). Por lo tanto, no se usa el término *armónico* en asociación con estos tipos de sistemas.

Examine un poco más cómo se crean en una cuerda los diferentes armónicos. Para excitar únicamente un solo armónico, la cuerda se debe distorsionar en una forma que corresponda a la del armónico deseado. Después de liberarse, la cuerda vibra a la frecuencia de dicho armónico. Sin embargo, esta maniobra es difícil de realizar y no es como se excita la cuerda de un instrumento musical. Si la cuerda se distorsiona de tal modo que su forma no sea sólo de un armónico, la vibración resultante incluye una combinación de diferentes armónicos. Tal distorsión se presenta en instrumentos musicales cuando la cuerda se puntea (como en una guitarra), se arquea (como en un chelo) o se golpea (como en un piano). Cuando la cuerda se distorsiona en una forma no sinusoidal, sólo las ondas que satisfacen las condiciones de frontera pueden persistir en la cuerda. Estas ondas son los armónicos.

La frecuencia de una cuerda que define la nota musical que se toca es la fundamental. La frecuencia de la cuerda se varía al cambiar la tensión de la cuerda o su longitud. Por ejemplo, la tensión en las cuerdas de guitarra y violín se varía mediante un mecanismo de ajuste de tornillo o clavijas de afinación ubicadas en el diapasón del instrumento. A medida que aumenta la tensión, la frecuencia de los modos normales aumenta en concordancia con la ecuación 18.6. Una vez que el instrumento se "afina", los intérpretes varían la frecuencia al mover sus dedos a lo largo del diapasón, lo que por tanto cambia la longitud de la porción oscilatoria de la cuerda. A medida que la longitud se acorta, la frecuencia aumenta porque, como especifica la ecuación 18.6, las frecuencias de modo normal son inversamente proporcionales a la longitud de la cuerda.

Pregunta rápida 18.3 Cuando una onda estacionaria se establece en una cuerda fija en ambos extremos, ¿cuál de los siguientes enunciados es verdadero? a) El número de nodos es igual al número de antinodos. b) La longitud de onda es igual a la longitud de la cuerda dividida por un entero. c) La frecuencia es igual al número de nodos por la frecuencia fundamental. d) La forma de la cuerda en cualquier instante muestra una simetría en torno al punto medio de la cuerda.

EJEMPLO 18.3 ¡Dame un Do!

El Do medio en un piano tiene una frecuencia fundamental de 262 Hz, y la primera La sobre el Do medio tiene una frecuencia fundamental de 440 Hz.

A) Calcule las frecuencias de los siguientes dos armónicos de la cuerda Do.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Recuerde que los armónicos de una cuerda oscilante tienen frecuencias que se relacionan mediante múltiplos enteros de la fundamental.

Categorizar Esta primera parte del ejemplo es un simple problema de sustitución.

Al saber que la frecuencia fundamental es $f_1 = 262$ Hz, encuentre las frecuencias de los siguientes armónicos al multiplicar por enteros:

$$f_2 = 2f_1 = \boxed{524 \text{ Hz}}$$

$$f_3 = 3f_1 = \boxed{786 \text{ Hz}}$$

B) Si las cuerdas La y Do tienen la misma densidad de masa lineal μ y longitud L, determine la relación de tensiones en las dos cuerdas.

SOLUCIÓN

Categorizar Esta parte del ejemplo es más un problema de análisis que el inciso A).

Analizar Use la ecuación 18.7 para escribir expresiones para las frecuencias fundamentales de las dos cuerdas:

$$f_{1A} = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{T_A}{\mu}} \quad \text{y} \quad f_{1C} = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{T_C}{\mu}}$$

Divida la primera ecuación entre la segunda y resuelva para la relación de tensiones:

$$\frac{f_{1A}}{f_{1C}} = \sqrt{\frac{T_A}{T_C}} \rightarrow \frac{T_A}{T_C} = \left(\frac{f_{1A}}{f_{1C}}\right)^2 = \left(\frac{440}{262}\right)^2 = \boxed{2.82}$$

Finalizar Si las frecuencias de las cuerdas de piano estuvieran determinadas exclusivamente por la tensión, este resultado sugiere que la relación de tensiones de la cuerda más baja a la cuerda más alta en el piano sería enorme. Tales tensiones tan grandes harían difícil diseñar un marco para sostener las cuerdas. En realidad, las frecuencias de las cuerdas de piano varían debido a parámetros adicionales, incluidas la masa por unidad de longitud y la longitud de la cuerda. El siguiente **¿Qué pasaría si?** explora una variación de longitud.

¿Qué pasaría si? Si usted observa el interior de un piano real, verá que la suposición hecha en el inciso B) sólo es parcialmente verdadera. Es probable que las cuerdas no tengan la misma longitud. Las densidades de las cuerdas son iguales, pero suponga que la longitud de la cuerda la sólo es 64% de la longitud de la cuerda Do. ¿Cuál esa la relación de sus tensiones?

Respuesta Una vez más con la ecuación 18.7 se establece la relación de frecuencias:

$$\frac{f_{1A}}{f_{1C}} = \frac{L_C}{L_A}\sqrt{\frac{T_A}{T_C}} \rightarrow \frac{T_A}{T_C} = \left(\frac{L_A}{L_C}\right)^2\left(\frac{f_{1A}}{f_{1C}}\right)^2$$

$$\frac{T_A}{T_C} = (0.64)^2\left(\frac{440}{262}\right)^2 = 1.16$$

Advierta que este resultado sólo representa 16% de aumento en tensión, comparado con 182% de aumento en el inciso B).

EJEMPLO 18.4 Cambio en la vibración de una cuerda con agua

Un extremo de una cuerda horizontal se amarra a una varilla oscilante y el otro extremo pasa sobre una polea, como en la figura 18.11a. Una esfera de 2.00 kg de masa cuelga en el extremo de la cuerda. La cuerda oscila en su segundo armónico. Un contenedor de agua se eleva bajo la esfera de modo que ésta se sumerge por completo. En esta configuración, la cuerda vibra en su quinto armónico, como se muestra en la figura 18.11b. ¿Cuál es el radio de la esfera?

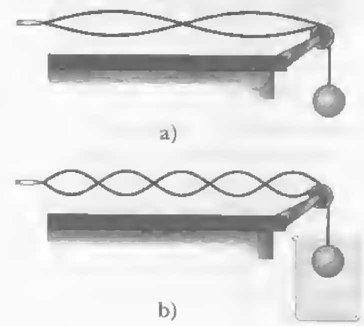


Figura 18.11 (Ejemplo 18.4) a) Cuando la esfera cuelga en aire, la cuerda vibra en su segundo armónico. b) Cuando la esfera se sumerge en agua, la cuerda vibra en su quinto armónico.

SOLUCIÓN

Conceptualizar Imagine lo que sucede cuando la esfera se sumerge en el agua. La fuerza de flotación actúa hacia arriba sobre la esfera, lo que reduce la tensión en la cuerda. El cambio en tensión causa un cambio en la rapidez de las ondas sobre la cuerda, que a su vez ocasiona un cambio en la longitud de onda. Esta longitud de onda alterada produce que la cuerda vibre en su quinto modo normal en lugar de hacerlo en el segundo.

Categorizar La esfera colgante se modela como una partícula en equilibrio. Una de las fuerzas que actúan en ella es la fuerza de flotación del agua. También se aplica el modelo de ondas bajo condiciones de frontera a la cuerda.

Analizar Aplique el modelo de partícula en equilibrio a la esfera de la figura 18.11a e identifique T_1 como la tensión en la cuerda mientras la esfera cuelga en aire:

$$\sum F = T_1 - mg = 0$$
$$T_1 = mg = (2.00 \text{ kg})(9.80 \text{ m/s}^2) = 19.6 \text{ N}$$

Aplique el modelo de partícula en equilibrio a la esfera de la figura 18.11b, donde T_2 es la tensión en la cuerda mientras la esfera se sumerge en agua:

$$T_2 + B - mg = 0$$
$$1)\quad B = mg - T_2$$

La cantidad deseada, el radio de la esfera, aparecerá en la expresión para la fuerza de flotación B. No obstante, antes de proceder en esta dirección, debe evaluar T_2 a partir de la información acerca de la onda estacionaria.

Escriba la ecuación para la frecuencia de una onda estacionaria sobre una cuerda (ecuación 18.6) dos veces, una vez antes de que la esfera se sumerja y otra después. Note que la frecuencia f es la misma en ambos casos porque está determinada por la varilla oscilante. Además, la densidad de masa lineal μ y la longitud L de la porción oscilante de la cuerda son las mismas en ambos casos. Divida las ecuaciones:

$$\left.\begin{aligned} f &= \frac{n_1}{2L}\sqrt{\frac{T_1}{\mu}} \\ f &= \frac{n_2}{2L}\sqrt{\frac{T_2}{\mu}} \end{aligned}\right\} \rightarrow \quad 1 = \frac{n_1}{n_2}\sqrt{\frac{T_1}{T_2}}$$

Resuelva para T_2:

$$T_2 = \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 T_1 = \left(\frac{2}{5}\right)^2 (19.6 \text{ N}) = 3.14 \text{ N}$$

Sustituya este resultado en la ecuación 1):

$$B = mg - T_2 = 19.6 \text{ N} - 3.14 \text{ N} = 16.5 \text{ N}$$

Con la ecuación 14.5, exprese la fuerza de flotación en términos del radio de la esfera:

$$B = \rho_{\text{agua}}\, gV_{\text{esfera}} = \rho_{\text{agua}}\, g\left(\tfrac{4}{3}\pi r^3\right)$$

Resuelva para el radio de la esfera:

$$r = \left(\frac{3B}{4\pi\rho_{\text{agua}}\, g}\right)^{1/3} = \left(\frac{3(16.5 \text{ N})}{4\pi(1\,000 \text{ kg/m}^3)(9.80 \text{ m/s}^2)}\right)^{1/3}$$
$$= 7.38 \times 10^{-2} \text{ m} = \boxed{7.38 \text{ cm}}$$

Finalizar Note que sólo ciertos radios de la esfera resultarán en que la cuerda vibre en un modo normal; la rapidez de las ondas en la cuerda debe cambiar a un valor tal que la longitud de la cuerda sea un múltiplo entero de medias longitudes de onda. Esta limitación es una característica de la *cuantización* que se introdujo en este capítulo: los radios de la esfera que hacen vibrar la cuerda en un modo normal están *cuantizados*.

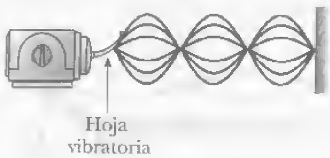


Figura 18.12 En una cuerda se establecen ondas estacionarias cuando un extremo se conecta a una hoja oscilante. Cuando la hoja vibra a una de las frecuencias naturales de la cuerda, se crean ondas estacionarias de gran amplitud.

18.4 Resonancia

Se vio que un sistema como una cuerda tensa es capaz de oscilar en uno o más modos de oscilación normales. **Si una fuerza periódica se aplica a tal sistema, la amplitud del movimiento resultante es mayor cuando la frecuencia de la fuerza aplicada es igual a una de las frecuencias naturales del sistema.** Este fenómeno, conocido como *resonancia*, se discutió en la sección 15.7. Aunque un sistema bloque–resorte o un péndulo simple sólo tienen una frecuencia natural, los sistemas de onda estacionaria tienen todo un conjunto de frecuencias naturales, como las dadas por la ecuación 18.6 para una cuerda. Ya que un sistema en oscilación muestra una gran amplitud cuando se activa a cualquiera de sus frecuencias naturales, a estas frecuencias por lo general se les refiere como **frecuencias de resonancia**.

Considere una cuerda tensa fija en un extremo y conectada en el extremo opuesto a una hoja oscilante, como se muestra en la figura 18.12. El extremo fijo es un nodo, y el extremo conectado a la hoja es casi un nodo porque la amplitud del movimiento de la hoja es pequeña en comparación con el de los elementos de la cuerda. A medida que la hoja oscila, las ondas transversales que envía por la cuerda se reflejan desde el extremo fijo. Como aprendió en la sección 18.3, la cuerda tiene frecuencias naturales que están determinadas por su longitud, tensión y densidad de masa lineal (véase la ecuación 18.6). Cuando la frecuencia de la hoja es igual a una de las frecuencias naturales de la cuerda, se producen ondas estacionarias y la cuerda oscila con una gran amplitud. En este caso de resonancia, la onda generada por la hoja oscilante está en fase con la onda reflejada y la cuerda absorbe energía de la varilla. Si la cuerda es impulsada a una frecuencia que no es una de sus frecuencias naturales, las oscilaciones son de baja amplitud y no muestran un patrón estable.

La resonancia es muy importante en la excitación de los instrumentos musicales en función de columnas de aire. Esta aplicación de la resonancia se explicará en la sección 18.5.

18.5 Ondas estacionarias en columnas de aire

El modelo de ondas bajo condiciones frontera también se aplica a ondas sonoras en una columna de aire como la que se encuentra en el interior de un órgano de tubos. Las ondas estacionarias son resultado de la interferencia entre ondas sonoras longitudinales que viajan en direcciones opuestas.

En un tubo cerrado en un extremo, **dicho extremo es un nodo de desplazamiento porque la barrera rígida en este extremo no permite el movimiento longitudinal del aire**. Ya que la onda de presión está 90° fuera de fase con la onda de desplazamiento (véase la sección 17.2), el **extremo cerrado de una columna de aire corresponde a un antinodo de presión** (es decir, un punto de máxima variación de presión).

El extremo abierto de una columna de aire es aproximadamente un antinodo de desplazamiento[1] **y un nodo de presión.** Se puede entender por qué no se presenta variación de presión en un extremo abierto al notar que el extremo de la columna de aire está abierto a la atmósfera; por lo tanto, la presión en este extremo debe permanecer constante a presión atmosférica.

Acaso se pregunte cómo una onda sonora se refleja de un extremo abierto, porque al parecer no ha habido cambio en el medio en este punto: el medio a través del que se mueve la onda sonora es aire, tanto dentro como fuera del tubo. Sin embargo, el sonido es una onda de presión, y una región de compresión de la onda sonora está restringida por los lados del tubo en tanto la región esté dentro del tubo. A medida que la región de compresión sale en el extremo abierto del tubo, la restricción del tubo se retira y el aire comprimido es libre de expandirse en la atmósfera. En consecuencia, hay un cambio en el *distintivo* del medio entre el interior del tubo y el exterior, aun cuando no haya cambio en el *material* del medio. Este cambio en distintivo es suficiente para permitir cierta reflexión.

[1] En sentido estricto, el extremo abierto de una columna de aire no es exactamente un antinodo de desplazamiento. Alcanzar una compresión en el extremo abierto no se refleja hasta que pasa más allá del extremo. A la longitud de la columna de aire para un tubo de sección transversal circular, se debe agregar una corrección terminal aproximadamente igual a $0.6R$, donde R es el radio del tubo. Por eso, la longitud efectiva de la columna de aire es un poco mayor que la verdadera longitud L. En esta explicación se ignora esta corrección terminal.

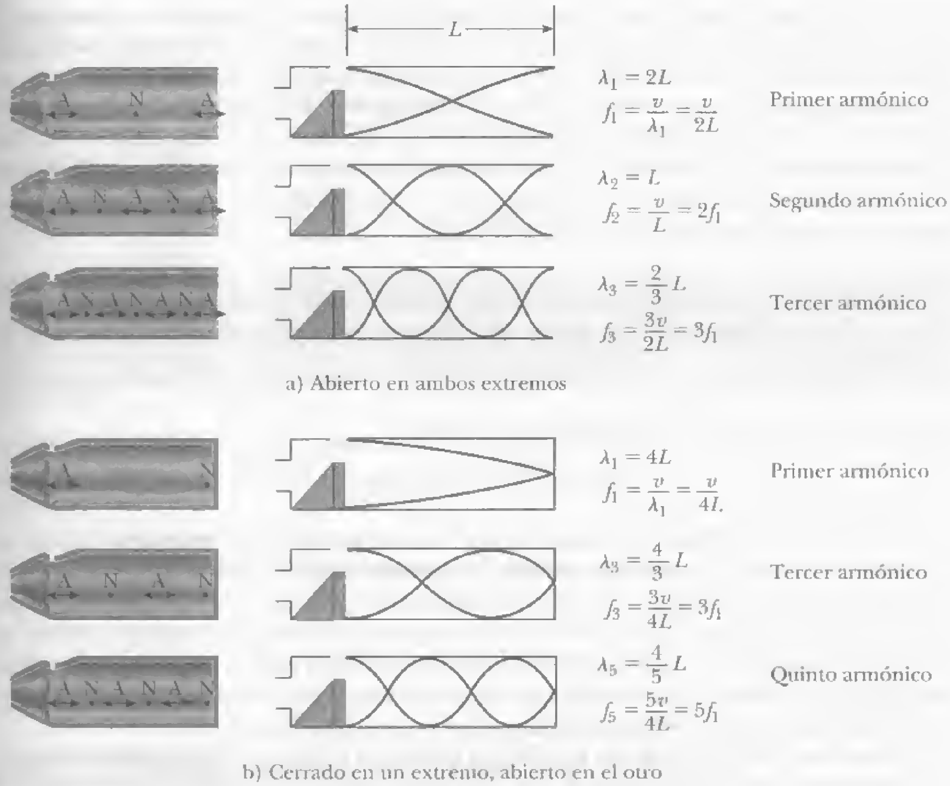


Figura 18.13 Movimiento de elementos de aire en ondas longitudinales estacionarias en un tubo, junto con representaciones esquemáticas de las ondas. En las representaciones esquemáticas, la estructura en el extremo izquierdo tiene el propósito de excitar la columna de aire en un modo normal. El hoyo en el borde superior de la columna asegura que el extremo izquierdo actúa como un extremo abierto. Las gráficas representan las amplitudes de desplazamiento, no las amplitudes de presión. a) En un tubo abierto en ambos extremos, la serie armónica creada consiste de todos los múltiples enteros de la frecuencia fundamental: $f_1, 2f_1, 3f_1, \ldots$ b) En un tubo cerrado en un extremo y abierto en el otro, la serie armónica creada consiste sólo de múltiplos de entero impar de la frecuencia fundamental: $f_1, 3f_1, 5f_1, \ldots$

Con las condiciones frontera de nodos o antinodos en los extremos de la columna de aire, se tiene un conjunto de modos normales de oscilación, como es el caso para la cuerda fija en ambos extremos. Por lo tanto, la columna de aire tiene frecuencias cuantizadas.

En la figura 18.13a se muestran los primeros tres modos normales de oscilación de un tubo abierto en ambos extremos. Note que ambos extremos son antinodos de desplazamiento (aproximadamente). En el primer modo normal, la onda estacionaria se extiende entre dos antinodos adyacentes, que es una distancia de media longitud de onda. En consecuencia, la longitud de onda tiene el doble de largo que el tubo, y la frecuencia fundamental es $f_1 = v/2L$. Como muestra la figura 18.13a, las frecuencias de los armónicos superiores son $2f_1, 3f_1, \ldots$

> En un tubo abierto en ambos extremos, las frecuencias naturales de oscilación forman una serie armónica que incluye todos los múltiplos enteros de la frecuencia fundamental.

Ya que todos los armónicos están presentes y porque la frecuencia fundamental se conoce por la misma expresión que en la cuerda (véase la ecuación 18.5), las frecuencias de oscilación naturales se expresan como

$$f_n = n\frac{v}{2L} \quad n = 1, 2, 3, \ldots \tag{18.8}$$

◄ Frecuencias naturales de un tubo abierto en ambos extremos

A pesar de la similitud con las ecuaciones 18.5 y 18.8, debe recordar que v en la ecuación 18.5 es la rapidez de las ondas en la cuerda, mientras que v en la ecuación 18.8 es la rapidez del sonido en el aire.

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 18.3

Las ondas sonoras en el aire son longitudinales, no transversales

En la figura 18.13 las ondas longitudinales estacionarias se dibujan como ondas transversales. Ya que están en la misma dirección que la propagación, es difícil dibujar desplazamientos longitudinales. Por lo tanto, es mejor interpretar las curvas rojas de la figura 18.13 como una representación gráfica de las ondas (los diagramas de ondas en cuerda son representaciones gráficas), con el eje vertical que representa desplazamiento horizontal de los elementos del medio.

Si un tubo está cerrado en un extremo y abierto en el otro, el extremo cerrado es un nodo de desplazamiento (véase la figura 18.13b). En este caso, la onda estacionaria para el modo fundamental se extiende desde un antinodo hasta el nodo adyacente, que es un cuarto de una longitud de onda. Por tanto, la longitud de onda para el primer modo normal es $4L$, y la frecuencia fundamental es $f_1 = v/4L$. Como muestra la figura 18.13b, las ondas de frecuencia más alta que satisfacen las condiciones son aquellas que tienen un nodo en el extremo cerrado y un antinodo en el extremo abierto; en consecuencia, los armónicos superiores tienen frecuencias $3f_1$, $5f_1$, . . .

> En un tubo cerrado en un extremo, las frecuencias de oscilación naturales forman una serie armónica que incluye sólo múltiplos enteros impares de la frecuencia fundamental.

Este resultado se expresa matemáticamente como

Frecuencias naturales de un tubo cerrado en un extremo y abierto en el otro ▶

$$f_n = n\frac{v}{4L} \quad n = 1, 3, 5, \ldots \tag{18.9}$$

Es interesante investigar qué sucede con las frecuencias de los instrumentos en función de columnas de aire y cuerdas durante un concierto mientras sube la temperatura. Por ejemplo, el sonido emitido por una flauta se vuelve más agudo (eleva su frecuencia) ya que ésta se calienta porque la rapidez del sonido aumenta en el aire cada vez más caliente en su interior (considere la ecuación 18.8). El sonido producido por un violín se vuelve plano (disminuye en frecuencia) a medida que las cuerdas se expanden térmicamente porque la expansión hace que su tensión disminuya (véase la ecuación 18.6).

Los instrumentos musicales en función de columnas de aire por lo general se excitan mediante resonancia. La columna de aire recibe una onda sonora que es rica en muchas frecuencias. En tal caso la columna de aire responde con una oscilación de mayor amplitud a las frecuencias que coinciden con las frecuencias cuantizadas en su conjunto de armónicos. En muchos instrumentos de viento hechos con madera, el rico sonido inicial lo proporciona una lengüeta que vibra. En los instrumentos metálicos, dicha excitación la proporciona el sonido proveniente de la vibración de los labios del intérprete. En una flauta, la excitación inicial proviene de soplar sobre un borde en la boca del instrumento, en forma similar a soplar a través de la abertura de una botella con un cuello estrecho. El sonido del aire que corre a través del borde tiene muchas frecuencias, incluida una que pone en resonancia la cavidad de aire en la botella.

Pregunta rápida 18.4 Un tubo abierto en ambos extremos resuena a una frecuencia fundamental f_{abierto}. Cuando un extremo se cubre y de nuevo se hace resonar el tubo, la frecuencia fundamental es f_{cerrado}. ¿Cuál de las siguientes expresiones describe cómo se comparan estas dos frecuencias resonantes? a) $f_{\text{cerrado}} = f_{\text{abierto}}$, b) $f_{\text{cerrado}} = \frac{1}{2}f_{\text{abierto}}$, c) $f_{\text{cerrado}} = 2f_{\text{abierto}}$, d) $f_{\text{cerrado}} = \frac{3}{2}f_{\text{abierto}}$.

Pregunta rápida 18.5 El Parque Balboa en San Diego tiene un órgano abierto. Cuando la temperatura del aire aumenta, la frecuencia fundamental de uno de los tubos del órgano a) permanece igual, b) baja, c) sube, o d) es imposible de determinar.

EJEMPLO 18.5 Viento en una alcantarilla

Una sección de alcantarillas de drenaje de 1.23 m de largo hace un ruido de aullido cuando el viento sopla a través de sus extremos abiertos.

A) Determine las frecuencias de los primeros tres armónicos de la alcantarilla si tiene forma cilíndrica y está abierto en ambos extremos. Considere $v = 343$ m/s como la rapidez del sonido en el aire.

SOLUCIÓN

Conceptualizar El sonido del viento que sopla a través del extremo del tubo contiene muchas frecuencias y la alcantarilla responde al sonido mediante vibración a las frecuencias naturales de la columna de aire.

Categorizar Este ejemplo es un problema de sustitución relativamente simple.

Hallar la frecuencia del primer armónico de la alcantarilla, la cual se modela como una columna de aire abierta en ambos extremos:

$$f_1 = \frac{v}{2L} = \frac{343 \text{ m/s}}{2(1.23 \text{ m})} = \boxed{139 \text{ Hz}}$$

Encuentre los siguientes armónicos al multiplicar por enteros:

$$f_2 = 2f_1 = \boxed{278 \text{ Hz}}$$
$$f_3 = 3f_1 = \boxed{417 \text{ Hz}}$$

B) ¿Cuáles son las tres frecuencias naturales más bajas de la alcantarilla si está bloqueada en un extremo?

SOLUCIÓN

Encuentre la frecuencia del primer armónico de la alcantarilla, la cual se modela como una columna de aire cerrada en un extremo.

$$f_1 = \frac{v}{4L} = \frac{343 \text{ m/s}}{4(1.23 \text{ m})} = \boxed{69.7 \text{ Hz}}$$

Encuentre los siguientes dos armónicos al multiplicar por enteros impares:

$$f_3 = 3f_1 = \boxed{209 \text{ Hz}}$$
$$f_5 = 5f_1 = \boxed{349 \text{ Hz}}$$

EJEMPLO 18.6 **Medición de la frecuencia de un diapasón**

En la figura 18.14 se ilustra un aparato simple para demostrar la resonancia en columnas de aire. Un tubo vertical abierto en ambos extremos se sumerge parcialmente en agua y un diapasón oscilante con una frecuencia desconocida se coloca cerca de la parte superior del tubo. La longitud L de la columna de aire se ajusta al mover el tubo verticalmente. Las ondas sonoras generadas por el diapasón se refuerzan cuando L corresponde a una de las frecuencias de resonancia del tubo. Para cierto tubo, el valor más pequeño de L para el que se presenta un pico en la intensidad sonora es 9.00 cm.

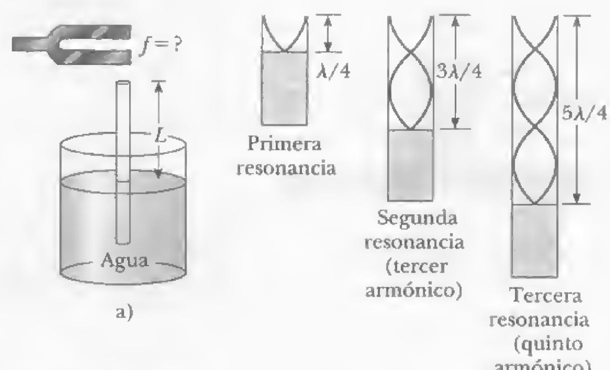


Figura 18.14 (Ejemplo 18.6) a) Aparato para demostrar la resonancia de ondas sonoras en un tubo cerrado en un extremo. La longitud L de la columna de aire varía al mover el tubo verticalmente mientras se sumerge parcialmente en agua. b) Primeros tres modos normales del sistema que se muestra en a).

A) ¿Cuál es la frecuencia del diapasón?

SOLUCIÓN

Conceptualizar Considere cómo difiere este problema del ejemplo anterior. En la alcantarilla, la longitud era fija y la columna de aire se presentó con una mezcla de muchas frecuencias. El tubo en este ejemplo aparece con una sola frecuencia del diapasón y la longitud del tubo varía hasta que se logra resonancia.

Categorizar Este ejemplo es un simple problema de sustitución. Aunque el tubo está abierto en su extremo inferior para permitir que entre agua, la superficie del agua actúa como una barrera. Por lo tanto, esta configuración se modela como una columna de aire cerrada en un extremo.

Use la ecuación 18.9 para hallar la frecuencia fundamental para $L = 0.090\,0$ m:

$$f_1 = \frac{v}{4L} = \frac{343 \text{ m/s}}{4(0.090\,0 \text{ m})} = \boxed{953 \text{ Hz}}$$

Ya que el diapasón hace que la columna de aire resuene a esta frecuencia, esta frecuencia también debe ser la del diapasón.

B) ¿Cuáles son los valores de L para las dos siguientes condiciones de resonancia?

SOLUCIÓN

Aplique la ecuación 16.12 para encontrar la longitud de onda de la onda sonora del diapasón:

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{343 \text{ m/s}}{953 \text{ Hz}} = 0.360 \text{ m}$$

Advierta de la figura 18.14b que la longitud de la columna de aire para la segunda resonancia es $3\lambda/4$:

$$L = 3\lambda/4 = \boxed{0.270 \text{ m}}$$

Observe en la figura 18.14b que la longitud de la columna de aire para la tercera resonancia es $5\lambda/4$:

$$L = 5\lambda/4 = \boxed{0.450 \text{ m}}$$

18.6 Ondas estacionarias en barras y membranas

Las ondas estacionarias también se presentan en barras y membranas. Una barra sujeta en la parte media y que recibe un golpe, paralelo a la barra, en un extremo, oscila como se muestra en la figura 18.15a. Las oscilaciones de los elementos de la barra son longitudinales, y por eso las curvas rojas en la figura 18.15 representan desplazamientos *longitudinales* de diferentes partes de la barra. Para tener más claridad, los desplazamientos se dibujaron en la dirección transversal, como si fuesen columnas de aire. El punto medio es un nodo de desplazamiento porque está fijo por el tornillo de banco, mientras los extremos son antinodos de desplazamiento porque tienen libertad para oscilar. Las oscilaciones en este arreglo son análogas a las de un tubo abierto en ambos extremos. Las líneas rojas en la figura 18.15a representan el primer modo normal, para el que la longitud de onda es $2L$ y la frecuencia es $f = v/2L$, donde v es la rapidez de las ondas longitudinales en la barra. Otros modos normales se excitan al sujetar la barra en diferentes puntos. Por ejemplo, el segundo modo normal (figura 18.15b) se excita al sujetar la barra a una distancia $L/4$ desde un extremo.

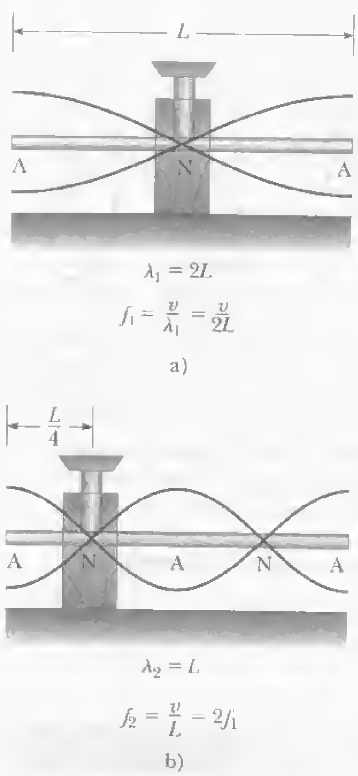


Figura 18.15 Vibraciones longitudinales de modo normal de una barra de longitud L a) sujeta en el punto medio para producir el primer modo normal y b) sujeta a una distancia $L/4$ desde un extremo para producir el segundo modo normal. Note que las curvas rojas representan oscilaciones paralelas a la barra (ondas longitudinales).

También es posible establecer ondas estacionarias transversales en barras. Los instrumentos musicales que dependen de ondas estacionarias transversales en barras incluyen triángulos, marimbas, xilófonos, órgano de campanas, carillones y vibráfonos. Otros dispositivos que hacen sonidos de barras oscilantes incluyen las cajas musicales y los carillones de viento.

En una membrana flexible estirada sobre un aro circular, como la de un parche de tambor, se establecen oscilaciones bidimensionales. Mientras la membrana se golpea en algún punto, las ondas que llegan a la frontera fija se reflejan muchas veces. El sonido resultante no es armónico porque las ondas estacionarias tienen frecuencias que *no* se relacionan mediante números enteros. Al faltar esta relación, ya no se trata de sonido sino, más correctamente, de *ruido* en lugar de música. La producción de ruido contrasta con la situación de los instrumentos de aliento y cuerda, que producen sonidos que se describen como musicales.

En la figura 18.16 se muestran algunos posibles modos de oscilación, normales para una membrana circular bidimensional. Mientras que los nodos son *puntos* en ondas estacionarias unidimensionales sobre cuerdas y columnas de aire, un oscilador en dos dimensiones tiene *curvas* a lo largo de las que no hay desplazamiento de los elementos del medio. El modo normal más bajo, que tiene una frecuencia f_1, sólo contiene una curva nodal; esta curva corre alrededor del borde exterior de la membrana. Los otros posibles modos normales muestran curvas nodales adicionales que son círculos y líneas rectas a través del diámetro de la membrana.

18.7 Batimientos: interferencia en el tiempo

El fenómeno de interferencia estudiado hasta el momento involucra la sobreposición de dos o más ondas que tienen la misma frecuencia. Ya que la amplitud de la oscilación de los elementos del medio varía con la posición en el espacio del elemento en tal onda, a

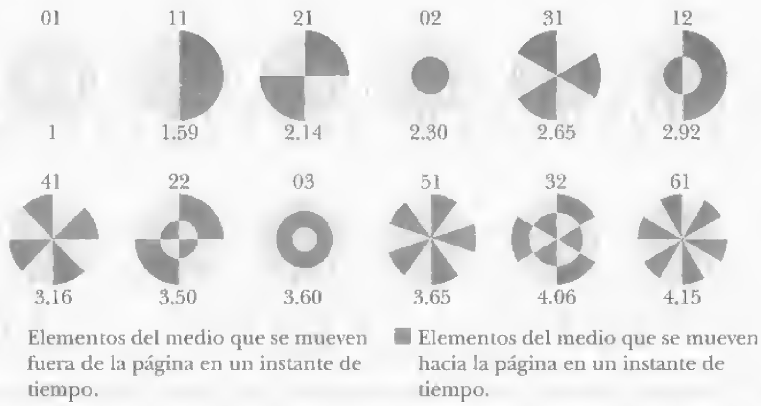


Figura 18.16 Representación de algunos de los posibles modos normales en una membrana circular fija en su perímetro. El par de números en cada patrón corresponde al número de nodos radiales y al número de nodos circulares, respectivamente. Bajo cada patrón hay un factor por el que la frecuencia del modo es mayor que la del modo 01. Las frecuencias de oscilación no forman una serie armónica porque dichos factores no son enteros. En cada diagrama, los elementos de la membrana en cualquier lado de una línea nodal se mueven en direcciones opuestas, como se indica por los colores. (Adaptado de T.D. Rossing, *La ciencia del sonido*, 2a. ed., Reading, Massachusetts, Addison–Wesley Publiching Co., 1990)

dicho fenómeno se le refiere como *interferencia espacial.* Las ondas estacionarias en cuerdas y tubos son ejemplos comunes de interferencia espacial.

Ahora considere otro tipo de interferencia, uno que resulta de la sobreposición de dos ondas que tienen frecuencias ligeramente *diferentes.* En este caso, cuando las dos ondas se observan en un punto en el espacio, están periódicamente en y fuera de fase. Es decir: hay una alternación *temporal* (tiempo) entre interferencia constructiva y destructiva. Debido a este fenómeno se le refiere como *interferencia en el tiempo* o *interferencia temporal.* Por ejemplo, si se golpean dos diapasones de frecuencias ligeramente diferentes, uno escucha un sonido de amplitud periódicamente variable. Este fenómeno se llama **batimiento.**

El batimiento es la variación periódica en amplitud en un punto dado debido a la sobreposición de dos ondas que tienen frecuencias ligeramente diferentes.

◀ Definición de batimiento

El número de máximos de amplitud que uno escucha por segundo, o la *frecuencia de batimiento,* es igual a la diferencia en frecuencia entre las dos fuentes, como se demostrará a continuación. La máxima frecuencia de batimiento que detecta el oído humano es de aproximadamente 20 batimientos/s. Cuando la frecuencia de batimiento supera este valor, los batimientos se mezclan de manera indistinguible con los sonidos que los producen.

Considere dos ondas sonoras de igual amplitud que viajan a través de un medio con frecuencias ligeramente diferentes f_1 y f_2. Con ecuaciones similares a la ecuación 16.10 representan las funciones de onda para estas dos ondas en un punto que se elige de modo que $kx = \pi/2$:

$$y_1 = A \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2} - \omega_1 t\right) = A \cos\,(2\pi f_1 t)$$

$$y_2 = A \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2} - \omega_2 t\right) = A \cos\,(2\pi f_2 t)$$

Al usar el principio de sobreposición, se encuentra que la función de onda resultante en este punto es

$$y = y_1 + y_2 = A\,(\cos 2\pi f_1 t + \cos 2\pi f_2 t)$$

La identidad trigonométrica

$$\cos a + \cos b = 2 \cos\left(\frac{a-b}{2}\right) \cos\left(\frac{a+b}{2}\right)$$

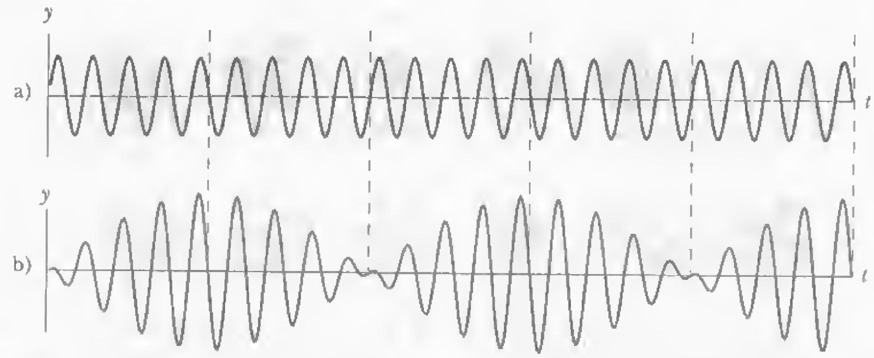


Figura 18.17 Los batimientos se forman por la combinación de dos ondas de frecuencias ligeramente diferentes. a) Ondas individuales. b) Onda combinada. La onda envolvente (línea discontinua) representa el batimiento de los sonidos combinados.

permite escribir la expresión para y como

Resultante de dos ondas de frecuencias diferentes pero igual amplitud ▶

$$y = \left[2A\cos 2\pi\left(\frac{f_1 - f_2}{2}\right)t\right]\cos 2\pi\left(\frac{f_1 + f_2}{2}\right)t \tag{18.10}$$

En la figura 18.17 se muestran gráficas de las ondas individuales y la onda resultante. A partir de los factores de la ecuación 18.10, se ve que la onda resultante tiene una frecuencia efectiva igual a la frecuencia promedio $(f_1 + f_2)/2$. Esta onda se multiplica por una onda envolvente conocida por la expresión entre corchetes:

$$y_{\text{envolvente}} = 2A\cos 2\pi\left(\frac{f_1 - f_2}{2}\right)t \tag{18.11}$$

Es decir: la **amplitud y por lo tanto la intensidad del sonido resultante varía en el tiempo**. La línea azul discontinua en la figura 18.17b es una representación gráfica de la onda envolvente en la ecuación 18.11 y es una onda seno que varía con frecuencia $(f_1 - f_2)/2$.

En la onda sonora resultante se detecta un máximo en la amplitud siempre que

$$\cos 2\pi\left(\frac{f_1 - f_2}{2}\right)t = \pm 1$$

Por tanto, existen *dos* máximos en cada periodo de la onda envolvente. Ya que la amplitud varía con la frecuencia como $(f_1 - f_2)/2$, el número de batimientos por segundo, o la frecuencia de batimiento $f_{\text{batimiento}}$, es el doble de este valor. Es decir,

Frecuencia de batimiento ▶

$$f_{\text{batimiento}} = |f_1 - f_2| \tag{18.12}$$

Por ejemplo, si un diapasón vibra a 438 Hz y un segundo después vibra a 442 Hz, la onda sonora resultante de la combinación tiene una frecuencia de 440 Hz (la nota musical La) y una frecuencia de batimiento de 4 Hz. Un escucha oiría una onda sonora de 440 Hz que pasaría por un máximo de intensidad cuatro veces cada segundo.

EJEMPLO 18.7 Las cuerdas de piano desafinadas

Dos cuerdas de piano idénticas, de 0.750 m de longitud, se afinan cada una exactamente a 440 Hz. La tensión en una de las cuerdas después aumenta en 1.0%. Si ahora se golpean, ¿cuál es la frecuencia de batimiento entre las fundamentales de las dos cuerdas?

SOLUCIÓN

Categorizar A medida que la tensión en una de las cuerdas cambia, su frecuencia fundamental cambia. Por lo tanto, cuando ambas cuerdas se tocan, tendrán diferentes frecuencias y se escucharán batimientos.

Categorizar Se debe combinar la interpretación del modelo de las ondas bajo condiciones frontera para cuerdas con el reciente conocimiento de los batimientos.

Analizar Establezca una relación de las frecuencias fundamentales de las dos cuerdas con la ecuación 18.5:

$$\frac{f_2}{f_1} = \frac{(v_2/2L)}{(v_1/2L)} = \frac{v_2}{v_1}$$

Aplique la ecuación 16.18 para sustituir las magnitudes de velocidad de onda en las cuerdas:

$$\frac{f_2}{f_1} = \frac{\sqrt{T_2/\mu}}{\sqrt{T_1/\mu}} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}}$$

Incorpore que la tensión en una cuerda es 1.0% mayor que la otra; es decir, $T_2 = 1.010t_1$:

$$\frac{f_2}{f_1} = \sqrt{\frac{1.010T_1}{T_1}} = 1.005$$

Resuelva para la frecuencia de la cuerda tensada:

$$f_2 = 1.005f_1 = 1.005(440 \text{ Hz}) = 442 \text{ Hz}$$

Encuentre la frecuencia de batimiento con la ecuación 18.12:

$$f_{\text{batimiento}} = 442 \text{ Hz} - 440 \text{ Hz} = \boxed{2 \text{ Hz}}$$

Finalizar Advierta que una desafinación de 1.0% en la tensión conduce a una frecuencia de batimiento fácilmente audible de 2 Hz. Un afinador de piano puede usar batimientos para afinar un instrumento de cuerda al "batir" una nota contra un tono de referencia de frecuencia conocida. Después el afinador puede ajustar la tensión de la cuerda hasta que la frecuencia del sonido que emite sea igual a la frecuencia del tono de referencia. El afinador lo hace al apretar o aflojar la cuerda hasta que los batimientos producidos por ella y la fuente de referencia se vuelven prácticamente imposibles de notar.

18.8 Patrones de ondas no sinusoidales

Es sencillo distinguir los sonidos que surgen de un violín y un saxofón, aun cuando ambos ejecuten la misma nota. Por otra parte, una persona no entrenada en música tendrá dificultades para distinguir una nota tocada en un clarinete de la misma nota tocada en un oboe. Se puede usar el patrón de las ondas sonoras de diferentes fuentes para explicar estos efectos.

Cuando las frecuencias que son múltiplos enteros de una frecuencia fundamental se combinan para hacer un sonido, el resultado es un sonido *musical*. Un escucha puede asignar un tono al sonido de acuerdo con la frecuencia fundamental. El tono es una reacción psicológica a un sonido que permite al escucha colocar el sonido en una escala de bajo a alto (grave a agudo). Las combinaciones de las frecuencias que no son múltiplos enteros de una fundamental resultan en un *ruido* en lugar de un sonido musical. Es mucho más difícil para un escucha asignar un tono a un ruido que a un sonido musical.

Los patrones de onda producidos por un instrumento musical son el resultado de la sobreposición de frecuencias que son múltiplos enteros de una fundamental. Esta sobreposición resulta en la correspondiente riqueza de tonos musicales. La respuesta perceptiva humana asociada con diferentes mezclas de armónicos es la *calidad* o *timbre* del sonido. Por ejemplo, el sonido de la trompeta se percibe con una calidad "chillona" (se aprendió a asociar el adjetivo *chillón* con dicho sonido); esta calidad permite distinguir el sonido de la trompeta del propio del saxofón, cuya calidad se percibe como "alengüetada". Sin embargo, el clarinete y el oboe contienen columnas de aire excitadas por lengüetas; debido a esta similitud, tienen mezclas de frecuencias similares y es más difícil para el oído humano distinguirlas sobre la base de su calidad sonora.

Los patrones de onda sonora producidos por la mayoría de los instrumentos musicales son no sinusoidales. En la figura 18.18, se muestran los patrones característicos producidos por un diapasón, una flauta y un clarinete, cada uno tocando la misma nota. Cada instrumento tiene su propio patrón característico. Sin embargo, note que a pesar de las

PREVENCIÓN DE RIESGOS OCULTOS 18.4
Tono contra frecuencia

No confunda el término *tono* con *frecuencia*. La frecuencia es la medición física del número de oscilaciones por segundo. El tono es una reacción psicológica al sonido que permite a una persona colocar el sonido en una escala de alto a bajo o de agudo a grave. Por tanto, la frecuencia es el estímulo y el tono es la respuesta. Aunque el tono se relaciona principalmente (pero no por completo) con la frecuencia, no son lo mismo. Una frase como "el tono del sonido" es incorrecta, porque el tono no es una propiedad física del sonido.

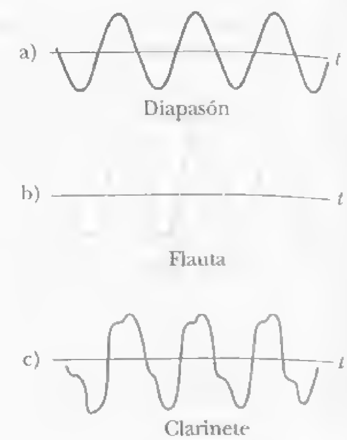


Figura 18.18 Patrones de onda sonora producidos por a) un diapasón, b) una flauta y c) un clarinete, cada uno aproximadamente a la misma frecuencia.

diferencias en los patrones, cada patrón es periódico. Este punto es importante para el análisis de estas ondas.

El problema de analizar patrones de onda no sinusoidales aparece a primera vista como una tarea formidable. Sin embargo, si el patrón de onda es periódico, **se puede representar tan cercano como se desee mediante la combinación de un número suficientemente grande de ondas sinusoidales que formen una serie armónica**. De hecho, cualquier función periódica se representa como una serie de términos seno y coseno con el uso de una técnica matemática en términos del **teorema de Fourier.**[2] La correspondiente suma de términos que representan el patrón de onda periódica se llama **serie de Fourier**. Sea $y(t)$ cualquier función periódica en el tiempo con un periodo T tal que $y(t + T) = y(t)$. El teorema de Fourier afirma que esta función se puede escribir como

Teorema de Fourier ▶

$$y(t) = \sum (A_n \operatorname{sen} 2\pi f_n t + B_n \cos 2\pi f_n t) \tag{18.13}$$

donde la frecuencia más baja es $f_1 = 1/T$. Las frecuencias más altas son múltiplos enteros de la fundamental, $f_n = nf_1$, y los coeficientes A_n y B_n representan las amplitudes de las diferentes ondas. La figura 18.19 representa un análisis armónico de los patrones de onda que se muestran en la figura 18.18. Cada barra en la gráfica representa uno de los términos en la serie en la ecuación 18.13. Advierta que un diapasón golpeado sólo pro-

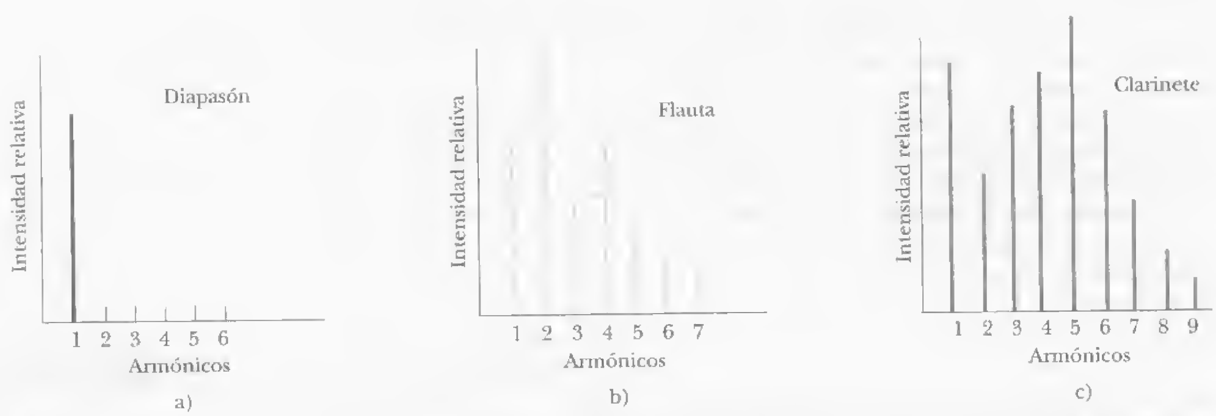


Figura 18.19 Armónicos de los patrones de onda que se muestran en la figura 18.18. Note las variaciones en intensidad de los diferentes armónicos. Los incisos a), b) y c) corresponden a los de la figura 18.18.

[2] Desarrollada por Jean Baptiste Joseph Fourier (1786–1830).

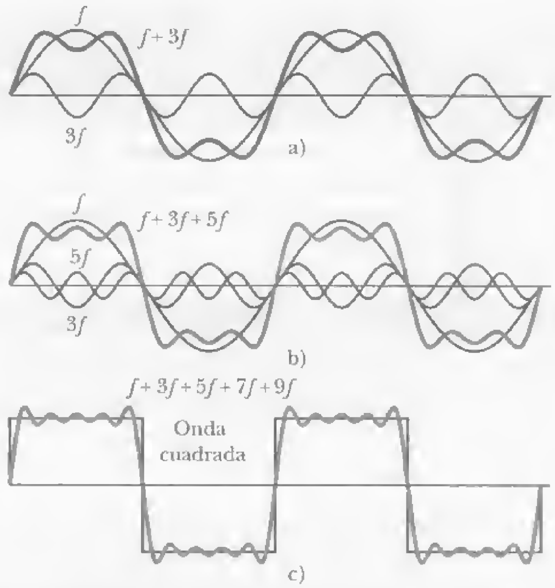


Figura 18.20 Síntesis de Fourier de una onda cuadrada, que se representa mediante la suma de múltiplos impares del primer armónico, que tiene frecuencia f. a) Se suman ondas de frecuencia f y $3f$. b) Se agrega un armónico impar más de frecuencia $5f$. c) La curva de síntesis se aproxima más a la onda cuadrada cuando se suman las frecuencias impares hasta $9f$.

duce un armónico (el primero), mientras que la flauta y el clarinete producen el primer armónico y muchos superiores.

Note la variación en intensidad relativa de los diferentes armónicos para la flauta y el clarinete. En general, cualquier sonido musical consiste de una frecuencia fundamental f más otras frecuencias que son múltiplos enteros de f y todos tienen diferentes intensidades.

Se explicó el *análisis* de un patrón de onda con el uso del teorema de Fourier. El análisis implica la determinación de los coeficientes de los armónicos en la ecuación 18.13 a partir de un conocimiento del patrón de onda. El proceso inverso, llamado *síntesis de Fourier*, también se puede realizar. En este proceso, los diversos armónicos se suman para formar un patrón de onda resultante. Como ejemplo de la síntesis de Fourier, considere la construcción de una onda cuadrada, como se muestra en la figura 18.20. La simetría de la onda cuadrada sólo resulta en múltiplos impares de la frecuencia fundamental que se combina en su síntesis. En la figura 18.20a, la curva anaranjada muestra la combinación de f y $3f$. En la figura 18.20b, se sumó $5f$ a la combinación y se obtuvo la curva verde. Note cómo se aproxima la forma general de la onda cuadrada, aun cuando las porciones superior e inferior no son planas como debieran.

La figura 18.20c muestra el resultado de sumar frecuencias impares hasta $9f$. Esta aproximación (curva púrpura) a la onda cuadrada es mejor que las aproximaciones en las figuras 18.20a y 18.20b. Para aproximar la onda cuadrada tan cerca como sea posible, se deben sumar todos los múltiplos impares de la frecuencia fundamental, hasta la frecuencia infinita.

Con el uso de tecnología moderna, los sonidos musicales se pueden generar electrónicamente al mezclar diferentes amplitudes de cualquier número de armónicos. Estos sintetizadores musicales electrónicos ampliamente usados son capaces de producir una variedad infinita de tonos musicales.

Resumen

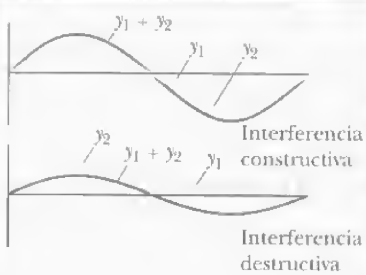
El **principio de sobreposición** especifica que, cuando dos o más ondas se mueven a través de un medio, el valor de la función de onda resultante es igual a la suma algebraica de los valores de las funciones de onda individuales.

El fenómeno de **batimiento** es la variación periódica en intensidad en un punto dado debido a la sobreposición de dos ondas que tienen frecuencias ligeramente diferentes.

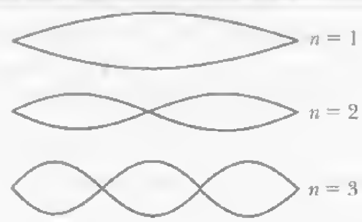
Las **ondas estacionarias** se forman a partir de la combinación de dos ondas sinusoidales que tienen la misma frecuencia, amplitud y longitud de onda, pero que viajan en direcciones opuestas. La onda estacionaria resultante se describe mediante la función de onda

$$y = (2A \text{ sen } kx) \cos \omega t \qquad \textbf{(18.1)}$$

Por tanto, la amplitud de la onda estacionaria es $2A$, y la amplitud del movimiento armónico simple de cualquier partícula del medio varía de acuerdo con su posición como $2A$ sen kx. Los puntos de amplitud cero (llamados **nodos**) ocurren en $x = n\lambda/2$ ($n = 0, 1, 2, 3,...$). Los puntos de amplitud máxima (llamados **antinodos**) ocurren en $x = n\lambda/4$ ($n = 1, 3, 5,...$). Los antinodos adyacentes están separados por una distancia $\lambda/2$. Los nodos adyacentes también están separados por una distancia $\lambda/2$.



Ondas en interferencia. Cuando se sobreponen dos ondas viajeras que tienen igual frecuencia, la onda resultante tiene una amplitud que depende del ángulo de fase ϕ entre las dos ondas. La **interferencia constructiva** ocurre cuando las dos ondas están en fase, lo que corresponde a $\phi = 0, 2\pi, 4\pi, \ldots$ rad. La **interferencia destructiva** se presenta cuando las dos ondas están 180° fuera de fase, lo que corresponde a $\phi = \pi, 3\pi, 5\pi, \ldots$ rad.



Ondas bajo condiciones frontera. Cuando una onda está sujeta a condiciones frontera, sólo se permiten ciertas frecuencias naturales; se dice que las frecuencias están cuantizadas.

Para ondas sobre una cuerda fija en ambos extremos, las frecuencias naturales son

$$f_n = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad n = 1, 2, 3, \ldots \qquad \textbf{(18.6)}$$

donde T es la tensión en la cuerda y μ es su densidad de masa lineal.

Para ondas sonoras en una columna de aire abierta en ambos extremos, las frecuencias naturales son

$$f_n = n\frac{v}{2L} \quad n = 1, 2, 3, \ldots \qquad \textbf{(18.8)}$$

Si una columna de aire está abierta en un extremo y cerrada en el otro, sólo están presentes armónicos impares y las frecuencias naturales son

$$f_n = n\frac{v}{4L} \quad n = 1, 3, 5, \ldots \qquad \textbf{(18.9)}$$

Preguntas

O indica pregunta complementaria.

1. ¿El fenómeno de interferencia de onda se aplica sólo a ondas sinusoidales?

2. O Una serie de pulsos, cada uno de 0.1 m de amplitud, se envían por una cuerda que está unida a un poste en un extremo. Los pulsos se reflejan en el poste y viajan de regreso a lo largo de la cuerda sin perder amplitud. ¿Cuál es el desplazamiento neto en un punto sobre la cuerda donde dos pulsos se cruzan? **i)** Primero responda la pregunta bajo el supuesto de que la cuerda está firmemente unida al poste. a) 0.4 m, b) 0.2 m, c) 0.1 m, d) 0. **ii)** A continuación suponga que el extremo en el que se presenta la reflexión es libre de deslizarse hacia arriba y hacia abajo. Elija su respuesta entre las mismas posibilidades.

3. O En la figura 18.4, una onda sonora de 0.8 m de longitud de onda se divide en dos partes iguales que se recombinan para interferir constructivamente, la diferencia original entre sus longitudes de trayectoria es $|r_2 - r_1| = 0.8$ m. Clasifique las siguientes situaciones de acuerdo con la intensidad del sonido en el receptor, de mayor a menor. Suponga que las paredes del tubo no absorben energía sonora. Asigne clasificaciones idénticas a las situaciones en que la intensidad sea igual. a) Desde su posición original, la sección que se desliza se mueve 0.1 m. b) A continuación se desliza 0.1 m adicionales. c) Se desliza todavía otros 0.1 m. d) Se desliza 0.1 m más.

4. Cuando dos ondas interfieren constructiva o destructivamente, ¿hay alguna ganancia o pérdida en energía? Explique.

5. O En el ejemplo 18.1, se investigó un oscilador a 1.3 kHz que alimentaba dos bocinas idénticas lado a lado. Se encontró que un escucha en el punto *O* percibe el sonido con intensidad máxima, mientras que otro en el punto *P* percibe un mínimo. ¿Cuál es la intensidad en *P*? a) Menor pero cercana a la intensidad en *O*, b) la mitad de la intensidad en *O*, c) muy baja pero no cero, d) cero.

6. ¿Qué limita la amplitud de movimiento de un sistema oscilante real que es activado a una de sus frecuencias de resonancia?

7. O Suponga que las seis cuerdas de una guitarra acústica se tocan sin pulsar, es decir, sin presionarlas contra los trastes. ¿Qué cantidades son iguales para las seis cuerdas? Elija toda repuesta correcta. a) La frecuencia fundamental, b) la longitud de onda fundamental de la onda de la cuerda, c) la longitud de onda fundamental del sonido emitido, d) la rapidez de la onda en la cuerda, e) la rapidez del sonido emitido.

8. O Una cuerda de longitud *L*, masa por unidad de longitud μ y tensión *T* oscilante a su frecuencia fundamental. **i)** Si la longitud de la cuerda se duplica, y todos los otros factores se mantienen constantes, ¿cuál es el efecto sobre la frecuencia fundamental? a) Se vuelve cuatro veces mayor. b) Se vuelve dos veces mayor. c) Se vuelve $\sqrt{2}$ veces mayor. d) No cambia. e) Se convierte en $1/\sqrt{2}$. f) Se convierte en la mitad. g) Se convierte en un cuarto. **ii)** Si la masa por unidad de longitud se duplica y todos los otros factores se mantienen constantes, ¿cuál es el efecto sobre la frecuencia fundamental? Elija entre las mismas posibilidades. **iii)** Si la tensión se duplica y todos los otros factores se mantienen constantes, ¿cuál es el efecto sobre la frecuencia fundamental? Elija entre las mismas posibilidades.

9. O A medida que los pulsos de la misma forma (uno hacia arriba, el otro hacia abajo) móviles en direcciones opuestas sobre una cuerda pasan uno sobre el otro, en un instante particular la cuerda no muestra desplazamiento de la posición de equilibrio en algún punto. ¿Qué ocurrió con la energía que portaban los pulsos en ese instante de tiempo? a) Se usó para producir el movimiento previo. b) Toda es energía potencial. c) Toda es energía interna. d) Toda es energía cinética. e) Es cantidad de movimiento. f) La energía positiva del pulso suma cero con la energía negativa del otro pulso. g) Cada pulso por separado tiene energía total cero.

10. O Suponga que dos ondas sinusoidales idénticas se mueven a través del mismo medio en la misma dirección. ¿Bajo qué condición la amplitud de la onda resultante será mayor que cualquiera de las dos ondas originales? a) En todos los casos, b) sólo si las ondas no tienen diferencia en fase, c) sólo si la diferencia de fase es menor que 90°, d) sólo si la diferencia de fase es menor que 120°, e) sólo si la diferencia de fase es menor que 180°.

11. Explique cómo un instrumento musical, un piano, se puede afinar a partir del fenómeno de los batimientos.

12. O Un arquero dispara una flecha horizontalmente desde el centro de la cuerda de un arco que se mantiene vertical. Después de que la flecha la deja, la cuerda del arco oscila como una sobreposición, ¿de qué armónicos de onda estacionaria? a) Sólo oscila en el armónico número 1, el fundamental. b) Sólo oscila en el segundo armónico. c) Sólo oscila en los armónicos de número impar 1, 3, 5, 7,.... d) Sólo oscila en los armónicos de número par 2, 4, 6, 8,.... e) Oscila en todos los armónicos. f) Ninguno; oscila como una onda viajera en lugar de hacerlo como una onda estacionaria. g) Ninguno; no oscila si la flecha la deja con la simetría perfecta que se describe.

13. Un diapasón por sí mismo produce un sonido débil. Intente cada uno de los siguientes cuatro métodos para obtener un sonido más fuerte de él. Explique cómo funciona cada método. Exprese también cualquier efecto en el intervalo de tiempo para el que el diapasón vibra de manera audible. a) Sostenga el borde de una hoja de papel contra un diente en vibración. b) Presione el mango del diapasón contra un pizarrón o mesa. c) Sostenga el diapasón sobre una columna de aire de longitud adecuada, como en el ejemplo 18.6. d) Sostenga el diapasón cerca de una rendija abierta cortada en una hoja de *foamy* o cartón, como se muestra en la figura P18.13. La rendija debe ser similar en tamaño y forma a un diente del diapasón. El movimiento de los dientes debe ser perpendicular a la hoja.

Figura P18.13

14. A pesar de una mano razonablemente estable, con frecuencia una persona derrama su café cuando lo lleva a su asiento. Explique la resonancia como una posible causa de esta dificultad e imagine medios para evitar los derrames.
15. O Se sabe que un diapasón oscila con 262 Hz de frecuencia. Cuando se hace sonar junto con una cuerda de mandolina, se escuchan cuatro batimientos cada segundo. A continuación, en cada diente del diapasón se pone un trozo de cinta adhesiva y ahora el diapasón produce cinco batimientos por segundo, con la misma cuerda de mandolina. ¿Cuál es la frecuencia de la cuerda? a) 257 Hz, b) 258 Hz, c) 262 Hz, d) 266 Hz, e) 267 Hz. f) Esta secuencia de eventos no puede ocurrir.
16. Un mecánico de aviación nota que el sonido de una aeronave de dos motores varía rápidamente en sonoridad cuando ambos motores están en marcha. ¿Qué podría causar esta vibración de fuerte a suave?

Problemas

Sección 18.1 Sobreposición e interferencia

1. Dos ondas en una cuerda se describen mediante las funciones de onda

$$y_1 = (3.0 \text{ cm}) \cos (4.0x - 1.6t)$$

$$y_2 = (4.0 \text{ cm}) \text{ sen } (5.0x - 2.0t)$$

donde y y x están en centímetros y t en segundos. Encuentre la sobreposición de las ondas $y_1 + y_2$ en los puntos a) $x = 1.00$, $t = 1.00$; b) $x = 1.00$, $t = 0.500$; y c) $x = 0.500$, $t = 0$. (Recuerde que los argumentos de las funciones trigonométricas están en radianes.)

2. Dos pulsos A y B se mueven en direcciones opuestas a lo largo de una cuerda tensa con una rapidez de 2.00 cm/s. La amplitud de A es el doble de la amplitud de B. Los pulsos se muestran en la figura P18.2 en $t = 0$. Bosqueje la forma de la cuerda en $t = 1$, 1.5, 2, 2.5 y 3 s.

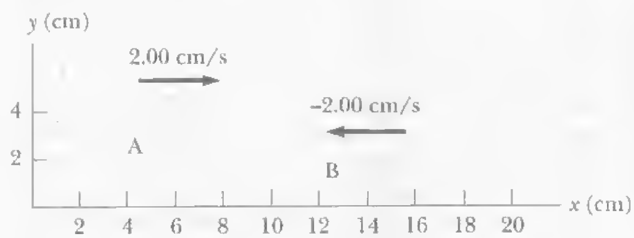


Figura P18.2

Dos pulsos que viajan sobre la misma cuerda se describen mediante

$$y_1 = \frac{5}{(3x - 4t)^2 + 2} \qquad y_2 = \frac{-5}{(3x + 4t - 6)^2 + 2}$$

a) ¿En qué dirección viaja cada pulso? b) ¿En qué instante los dos se cancelan en todas partes? c) ¿En qué punto los pulsos siempre se cancelan?

4. Dos ondas viajan en la misma dirección a lo largo de una cuerda estirada. Las ondas están 90.0° fuera de fase. Cada onda tiene una amplitud de 4.00 cm. Encuentre la amplitud de la onda resultante.
5. Dos ondas sinusoidales viajeras se describen mediante las funciones de onda

$$y_1 = (5.00 \text{ m}) \text{ sen} [\pi(4.00x - 1\,200t)]$$

$$y_2 = (5.00 \text{ m}) \text{ sen} [\pi(4.00x - 1\,200t - 0.250)]$$

donde x, y_1 y y_2 están en metros y t en segundos. a) ¿Cuál es la amplitud de la onda resultante? b) ¿Cuál es la frecuencia de la onda resultante?

Dos bocinas idénticas se colocan en una pared separadas 2.00 m. Un escucha está de pie a 3.00 m de la pared, directamente enfrente de una de las bocinas. Un solo oscilador activa las bocinas a una frecuencia de 300 Hz. a) ¿Cuál es la diferencia de fase entre las dos ondas cuando llegan al observador? b) **¿Qué pasaría si?** ¿Cuál es la frecuencia más cercana a 300 Hz a la cual el oscilador se ajusta de tal modo que el observador escuche sonido mínimo?

Dos bocinas idénticas se activan mediante el mismo oscilador de 200 Hz de frecuencia. Las bocinas se ubican en un poste vertical a una distancia de 4.00 m una de otra. Un hombre camina directo hacia la bocina inferior en una dirección perpendicular al poste, como se muestra en la figura P18.7. a) ¿Cuántas veces escuchará un mínimo en la intensidad sonora? b) ¿A qué distancia está del poste en estos momentos? Considere que la rapidez del sonido es de 330 m/s e ignore cualquier reflexión de sonido producida por el suelo.

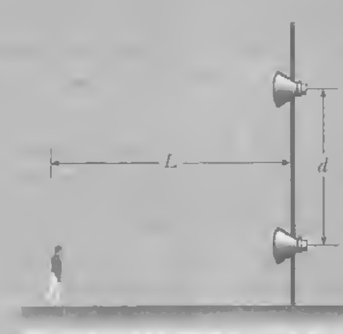


Figura P18.7 Problemas 7 y 8.

Dos bocinas idénticas se activan mediante el mismo oscilador de frecuencia f. Las bocinas se ubican a una distancia d una de otra sobre un poste vertical. Un hombre camina directo hacia la bocina inferior en una dirección perpendicular al poste, como se muestra en la figura P18.7. a) ¿Cuántas veces escuchará un mínimo en la intensidad del sonido? b) ¿A qué distancia está del poste en estos momentos? Sea v la rapidez del sonido y suponga que el suelo no refleja sonido.

9. Dos ondas sinusoidales en una cuerda se definen mediante las funciones

$$y_1 = (2.00 \text{ cm}) \text{ sen } (20.0x - 32.0t)$$

$$y_2 = (2.00 \text{ cm}) \text{ sen } (25.0x - 40.0t)$$

donde y_1, y_2 y x están en centímetros y t en segundos. a) ¿Cuál es la diferencia de fase entre estas dos ondas en el punto $x = 5.00$ cm en $t = 2.00$ s? b) ¿Cuál es el valor x positivo más cercano al origen para el que las dos fases difieren por $\pm\pi$ en $t = 2.00$ s? (Esta es una posición donde las dos ondas suman cero.)

● En el aire, donde la rapidez del sonido es de 344 m/s, dos bocinas idénticas, separadas 10.0 m, se activan mediante el mismo oscilador con una frecuencia $f = 21.5$ Hz (figura P18.10). a) Explique por qué un receptor en el punto A registra un mínimo en intensidad del sonido de las dos bocinas. b) Si el receptor se mueve en el plano de las bocinas, ¿qué trayectoria debe tomar de modo que la intensidad permanezca en un mínimo? Es decir: determine la relación entre x y y (las coordenadas del receptor) que hacen que el receptor registre un mínimo en intensidad del sonido. c) ¿El receptor puede permanecer en un mínimo y alejarse de las dos fuentes? Si es así, determine la forma limitante de la trayectoria que debe tomar. Si no, explique a qué distancia puede ir.

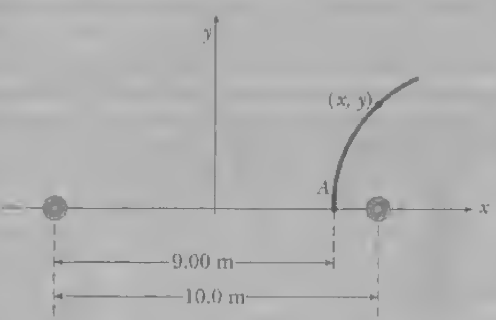


Figura P18.10

Sección 18.2 Ondas estacionarias

11. Dos ondas sinusoidales que viajan en direcciones opuestas interfieren para producir una onda estacionaria con la función de onda

$$y = (1.50 \text{ m}) \text{ sen } (0.400x) \cos (200t)$$

donde x está en metros y t en segundos. Determine la longitud de onda, frecuencia y rapidez de las ondas que interfieren.

12. Verifique por sustitución directa que la función de onda para una onda estacionaria dada en la ecuación 18.1,

$$y = (2A \text{ sen } kx) \cos \omega t$$

es una solución de la ecuación de onda lineal general, la ecuación 16.27:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

13. Dos bocinas idénticas se activan en fase mediante un oscilador común a 800 Hz y se enfrentan mutuamente a una distancia de 1.25 m. Ubique los puntos a lo largo de la línea que une las dos bocinas donde se esperarían mínimos relativos de amplitud de presión sonora. (Use $v = 343$ m/s.)

● Una onda estacionaria se describe mediante la función

$$y = 6 \text{ sen } \left(\frac{\pi}{2}x\right) \cos (100\pi t)$$

donde x y y están en metros y t en segundos. a) Prepare una gráfica que muestre y como función de x para $t = 0$, para $t = 5$ ms, para $t = 10$ ms, para $t = 15$ ms y para $t = 20$ ms. b) A partir de la gráfica, identifique la longitud de onda de la onda y explique cómo lo hizo. c) A partir de la gráfica, identifique la frecuencia de la onda y explique cómo lo hizo. d) A partir de la ecuación, identifique directamente la longitud de onda de la onda y explique cómo lo hizo. e) A partir de la ecuación, identifique directamente la frecuencia y explique cómo lo hizo.

15. Dos ondas sinusoidales que se combinan en un medio se describen mediante las funciones de onda

$$y_1 = (3.0 \text{ cm}) \text{ sen } \pi(x + 0.60t)$$

$$y_2 = (3.0 \text{ cm}) \text{ sen } \pi(x - 0.60t)$$

donde x está en centímetros y t en segundos. Determine la máxima posición transversal de un elemento del medio en a) $x = 0.250$ cm, b) $x = 0.500$ cm y c) $x = 1.50$ cm. d) Encuentre los tres valores más pequeños de x que correspondan a antinodos.

● Dos ondas que se presentan simultáneamente en una cuerda larga se conocen por las funciones de onda

$$y_1 = A \text{ sen } (kx - \omega t + \phi) \qquad y_2 = A \text{ sen } (kx + \omega t)$$

a) ¿Las dos ondas viajeras se suman para dar una onda estacionaria? Explique. b) ¿Todavía es cierto que los nodos están separados una media longitud de onda? Argumente su respuesta. c) ¿Los nodos son diferentes en cualquier forma de la manera en que serían si ϕ fuese cero? Explique.

Sección 18.3 Ondas estacionarias en una cuerda fija en ambos extremos

17. Encuentre la frecuencia fundamental y las siguientes tres frecuencias que podrían causar patrones de onda estacionaria en una cuerda que tiene 30.0 m de largo, masa por unidad de longitud de 9.00×10^{-3} kg/m y se estira a una tensión de 20.0 N.

18. Una cuerda con una masa de 8.00 g y 5.00 m de longitud tiene un extremo unido a una pared; el otro extremo pasa sobre una pequeña polea fija y se amarra a un objeto colgante con una masa de 4.00 kg. Si la cuerda se pulsa, ¿cuál es la frecuencia fundamental de su vibración?

En el arreglo que se muestra en la figura P18.19, un objeto se puede colgar de una cuerda (con densidad de masa lineal $\mu = 0.002\ 00$ kg/m) que pasa sobre una polea ligera. La cuerda se conecta a un vibrador (de frecuencia constante f) y la longitud de la cuerda entre el punto P y la polea es $L = 2.00$ m. Cuando la masa m del objeto es 16.0 kg o 25.0 kg, se observan ondas estacionarias; sin embargo, no se observan ondas estacionarias con alguna masa entre estos valores. a) ¿Cuál es la frecuencia del vibrador? *Nota:* Mientras mayor es la tensión en la cuerda, menor es el número de nodos en la onda estacionaria. b) ¿Cuál es la masa de objeto más grande para la que se podrían observar ondas estacionarias?

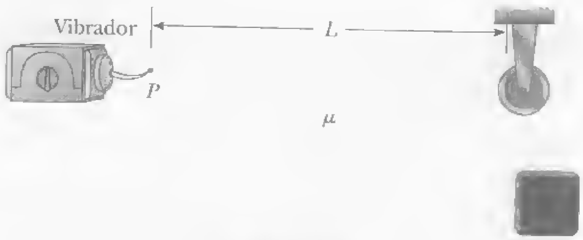


Figura P18.19

20. La cuerda superior de una guitarra tiene una frecuencia fundamental de 330 Hz cuando se le permite vibrar como un todo, a lo largo de su longitud de 64.0 cm desde el cuello al puente. Un traste se proporciona para limitar la vibración sólo a los dos tercios inferiores de la cuerda. Si la cuerda se presiona en este traste y se pulsa, ¿cuál es la nueva frecuencia fundamental? b) **¿Qué pasaría si?** El guitarrista puede pulsar un "armónico natural" al tocar gentilmente la cuerda en la posición de este traste y pulsar la cuerda a aproximadamente un sexto del camino a lo largo de su longitud desde el puente. ¿Qué frecuencia se escuchará entonces?

21. La cuerda La en un chelo vibra en su primer modo normal con una frecuencia de 220 Hz. El segmento oscilante tiene 70.0 cm de largo y una masa de 1.20 g. a) Encuentre la tensión en la cuerda. b) Determine la frecuencia de vibración cuando la cuerda oscila en tres segmentos.

Una cuerda de violín tiene una longitud de 0.350 m y se afina en Sol concierto, con $f_G = 392$ Hz. ¿Dónde debe colocar su dedo el violinista para tocar La concierto, con $f_A = 440$ Hz? Si esta posición permanece correcta a un medio del ancho de un dedo (es decir, dentro de 0.600 cm), ¿cuál es el máximo cambio porcentual permisible en la tensión de la cuerda?

Problema de repaso. Una esfera de masa M se sostiene mediante una cuerda que pasa sobre una barra horizontal ligera de longitud L (figura P18.23). Se conoce que el ángulo es θ y que f representa la frecuencia fundamental de ondas estacionarias en la porción de la cuerda sobre la barra, determine la masa de esta porción de la cuerda.

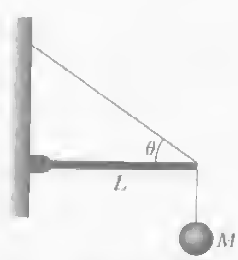


Figura P18.23

Problema de repaso. Un cilindro de cobre cuelga en la parte baja de un alambre de acero de masa despreciable. El extremo superior del alambre está fijo. Cuando el alambre se golpea, emite sonido con una frecuencia fundamental de 300 Hz. Después el cilindro de cobre se sumerge en agua de modo que la mitad de su volumen está abajo de la línea del agua. Determine la nueva frecuencia fundamental.

Se observa un patrón de onda estacionaria en un alambre delgado con una longitud de 3.00 m. La función de onda es

$$y = (0.002 \text{ m}) \operatorname{sen}(\pi x) \cos(100\pi t)$$

donde x está en metros y t en segundos. a) ¿Cuántos bucles muestra este patrón? b) ¿Cuál es la frecuencia fundamental de vibración del alambre? c) **¿Qué pasaría si?** Si la frecuencia original se mantiene constante y la tensión en el alambre aumenta en un factor de 9, ¿cuántos bucles se presentan en el nuevo patrón?

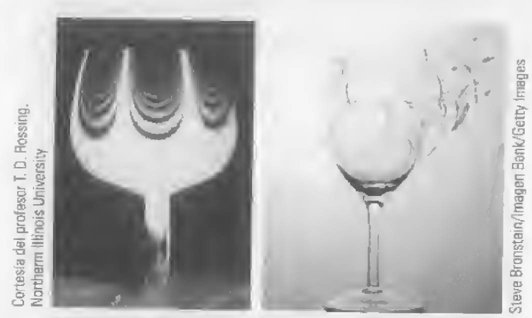
Sección 18.4 Resonancia

● La Bahía de Fundy, en Nueva Escocia, tiene las mareas más altas del mundo. Suponga que en medio del océano y en la boca de la bahía el gradiente de gravedad de la Luna y la rotación de la Tierra hacen que la superficie del agua oscile con una amplitud de unos cuantos centímetros y un periodo de 12 h 24 min. En el nacimiento de la bahía, la amplitud es de muchos metros. Argumente a favor o en contra de la proposición de que la marea se amplifica por resonancia de ondas estacionarias. Suponga que la bahía tiene una longitud de 210 km y una profundidad uniforme de 36.1 m. La rapidez de las ondas acuáticas de longitud de onda larga se conoce por $\sqrt{gd}$, donde d es la profundidad del agua.

27. Un terremoto puede producir un *seiche* (oscilación de un cuerpo fluido) en un lago en el que el agua se derrama de ida y vuelta de un extremo al otro con amplitud notablemente grande y periodo largo. Considere un *seiche* producido en el estanque rectangular de una granja, como se muestra en la figura P18.27. (La figura no se dibuja a escala.) Suponga que el estanque tiene 9.15 m de largo con ancho y profundidad uniformes. Usted mide que un pulso producido en un extremo llega al otro extremo en 2.50 s. a) ¿Cuál es la rapidez de la onda? b) Para producir el *seiche*, muchas personas están de pie en el banco en un extremo y "reman" con palas de nieve en movimiento armónico simple. ¿Cuál sería la frecuencia de este movimiento?

Figura P18.27

La figura P18.28a es una fotografía de una copa de vino en oscilante. Una técnica especial hace que tiras negras y blancas aparezcan donde el vidrio se mueve, con espaciamientos más



a) b)

Figura P18.28

cercanos donde la amplitud es mayor. Seis nodos y seis antinodos alternan alrededor del borde de la copa en la vibración fotografiada, pero en vez de ello considere el caso de una vibración de onda estacionaria con cuatro nodos y cuatro antinodos igualmente espaciados alrededor de la circunferencia de 20.0 cm del borde de una copa. Si ondas transversales se mueven alrededor de la copa a 900 m/s, ¿con qué frecuencia una cantante de ópera tendría que producir un armónico alto para romper la copa con una vibración resonante como se muestra en la figura P18.28b?

Sección 18.5 Ondas estacionarias en columnas de aire

Nota: A menos que se especifique de otro modo, suponga que la rapidez del sonido en el aire es de 343 m/s a 20°C y se describe mediante

$$v = (331 \text{ m/s})\sqrt{1 + \frac{T_C}{273°}}$$

a cualquier temperatura Celsius T_C.

29. Calcule la longitud de un tubo que tiene una frecuencia fundamental de 240 Hz, si supone que el tubo está a) cerrado en un extremo y b) abierto en ambos extremos.

30. La longitud global de un flautín es de 32.0 cm. La columna de aire resonante vibra como en un tubo abierto en ambos extremos. a) Encuentre la frecuencia de la nota más baja que puede producir un flautín, si supone que la rapidez del sonido en el aire es de 340 m/s. b) Abrir los orificios en el lado acorta efectivamente la longitud de la columna resonante. Suponga que la nota más alta que un flautín puede producir es de 4 000 Hz. Encuentre la distancia entre antinodos adyacentes para este modo de vibración.

31. La frecuencia fundamental de un tubo de órgano abierto corresponde al Do medio (261.6 Hz en la escala cromática musical). La tercera resonancia de un tubo de órgano cerrado tiene la misma frecuencia. ¿Cuál es la longitud de cada tubo?

● ¡No pegue nada en su oído! Estime la longitud de su conducto auditivo desde su abertura en el oído externo hasta el tímpano. Si considera al conducto como un tubo estrecho que está abierto en un extremo y cerrado en el otro, ¿alrededor de qué frecuencia fundamental esperaría que su audición sea más sensible? Explique por qué puede oír especialmente sonidos débiles justo alrededor de esta frecuencia.

33. El casillero de una ducha tiene dimensiones de 86.0 cm × 86.0 cm × 210 cm. Si usted cantara en esta ducha, ¿cuáles frecuencias sonarían más ricas (debido a resonancia)? Suponga que el casillero actúa como un tubo cerrado en ambos extremos, con nodos en lados opuestos. Suponga que las voces de diferentes cantantes varían de 130 Hz a 2 000 Hz. Sea 355 m/s la rapidez del sonido en el aire caliente.

Como se muestra en la figura P18.34, el agua se bombea a un cilindro vertical alto con una relación de flujo volumétrico R. El radio del cilindro es r, y en la parte superior abierta del cilindro vibra un diapasón con una frecuencia f. A medida que el agua asciende, ¿qué intervalo de tiempo transcurre entre resonancias sucesivas?

Dos frecuencias naturales adyacentes de un tubo de órgano se determinan en 550 Hz y 650 Hz. Calcule la frecuencia fundamental y longitud de este tubo. (Use v = 340 m/s.)

● Un túnel bajo un río tiene 2.00 km de largo. a) ¿A qué frecuencia puede resonar el aire en el túnel? b) Explique si sería bueno hacer una regla que prohíba sonar el claxon de los autos mientras están en el túnel.

Figura P18.34

37. Una columna de aire en un tubo de vidrio está abierta en un extremo y cerrada en el otro mediante un pistón móvil. El aire en el tubo se caliente sobre temperatura ambiente y un diapasón de 384 Hz se mantiene en el extremo abierto. Cuando el pistón está a 22.8 cm del extremo abierto se escucha resonancia y, una vez más, cuando está a 68.3 cm del extremo abierto. a) ¿Qué rapidez de sonido se implica con estos datos? b) ¿A qué distancia del extremo abierto estará el pistón cuando se escuche la siguiente resonancia?

38. Un diapasón con una frecuencia de 512 Hz se coloca cerca de lo alto del tubo que se muestra en la figura 18.14a. El nivel del agua se baja de modo que la longitud L aumenta lentamente desde un valor inicial de 20.0 cm. Determine los siguientes dos valores de L que correspondan a modos resonantes.

39. ● Un estudiante usa un oscilador de audio de frecuencia ajustable para medir la profundidad de un pozo de agua. El estudiante reporta que escucha dos resonancias sucesivas a 51.5 Hz y 60.0 Hz. ¿Qué tan profundo es el pozo? Explique la precisión que puede asignar a su respuesta.

40. Con un pulsado particular, una flauta produce una nota con frecuencia de 880 Hz a 20.0°C. La flauta está abierta en ambos extremos. a) Encuentre la longitud de la columna de aire. b) Encuentre la frecuencia que produce la flauta al inicio del espectáculo de medio tiempo en un juego de futbol americano de final de temporada, cuando la temperatura ambiente es de −5.00°C y los músicos no tienen oportunidad de calentar la flauta.

Sección 18.6 Ondas estacionarias en barras y membranas

41. Una barra de aluminio de 1.60 m de largo se mantiene en su centro. Se golpea con un paño recubierto con resina para establecer una vibración longitudinal. La rapidez del sonido en una delgada barra de aluminio es de 5 100 m/s. a) ¿Cuál es la frecuencia fundamental de las ondas establecidas en la barra? b) ¿Qué armónicos se establecen en la barra sostenida de esta forma? c) **¿Qué pasaría si?** ¿Cuál sería la frecuencia fundamental si la barra fuese de cobre, material en el que la rapidez del sonido es de 3 560 m/s?

42. Una barra de aluminio se sujeta a un cuarto a lo largo de su longitud y se pone en vibración longitudinal mediante una fuente impulsora de frecuencia variable. La frecuencia más baja que produce resonancia es 4 400 Hz. La rapidez del sonido en una barra de aluminio es 5 100 m/s. Determine la longitud de la barra.

Sección 18.7 Batimientos: interferencia en el tiempo

En ciertos intervalos de un teclado de piano, más de una cuerda se afina a la misma nota para proporcionar sonoridad

adicional. Por ejemplo, la nota a 110 Hz tiene dos cuerdas a esta frecuencia. Si una cuerda se desliza de su tensión normal de 600 N a 540 N, ¿qué frecuencia de batimiento se escucha cuando el martillo golpea las dos cuerdas simultáneamente?

Mientras intenta afinar la nota Do a 523 Hz, un afinador de pianos escucha 2.00 batimientos/s entre un oscilador de referencia y la cuerda. a) ¿Cuáles son las posibles frecuencias de la cuerda? b) Cuando aprieta la cuerda ligeramente, escucha 3.00 batimientos/s. ¿Ahora cuál es la frecuencia de la cuerda? c) ¿En qué porcentaje el afinador debe cambiar la tensión en la cuerda para que quede afinada?

Un estudiante sostiene un diapasón que oscila a 256 Hz. Camina hacia una pared con una rapidez constante de 1.33 m/s. a) ¿Qué frecuencia de batimiento observa entre el diapasón y su eco? b) ¿Qué tan rápido debe caminar alejándose de la pared para observar una frecuencia de batimiento de 5.00 Hz?

46. Cuando se presentan batimientos en una relación mayor de casi 20 por segundo, no se escuchan cada uno sino como un murmullo estable, llamado *tono de combinación*. El intérprete de un órgano de tubos puede presionar una sola tecla y hacer que el órgano produzca sonido con diferentes frecuencias fundamentales. Puede seleccionar y jalar diferentes altos para hacer que la misma tecla para la nota Do produzca sonido a las siguientes frecuencias: 65.4 Hz de un tubo de 8 pies; $2 \times 65.4 = 131$ Hz de un tubo de 4 pies; $3 \times 65.4 = 196$ Hz de un tubo de $2\frac{2}{3}$ pies; $4 \times 65.4 = 262$ Hz de un tubo de 2 pies, o cualquier combinación de estos sonidos. Con notas a frecuencias bajas obtiene sonidos con la calidad más placentera al jalar todos los altos. Cuando en uno de los tubos se desarrolla una fuga, dicho tubo no se puede usar. Si una fuga se presenta en un tubo de 8 pies, tocar una combinación de otros tubos puede crear la sensación de sonido a la frecuencia que produciría el tubo de 8 pies. ¿Qué conjuntos de altos, entre los mencionados, podría jalar para hacer esto?

Sección 18.8 Patrones de ondas no sinusoidales

47. Un acorde La mayor consiste de las notas llamadas La, Do bemol y Mi. Se puede ejecutar en un piano al golpear simultáneamente las cuerdas con frecuencias fundamentales de 440.00 Hz, 554.37 Hz y 659.26 Hz. La magnífica consonancia del acorde se asocia con igualdad cercana de las frecuencias de algunos de los armónicos más altos de los tres tonos. Considere los primeros cinco armónicos de cada cuerda y determine cuáles armónicos muestran casi igualdad.

Suponga que un flautista ejecuta una nota Do de 523 Hz con amplitud de desplazamiento de primer armónico $A_1 = 100$ nm. A partir de la figura 18.19b, lea, por proporción, las amplitudes de desplazamiento de los armónicos del 2 al 7. Considérelos como los valores del A_2 al A_7 en el análisis de Fourier del sonido y suponga $B_1 = B_2 = ... = B_7 = 0$. Construya una gráfica de la forma de onda del sonido. Su forma de onda no se parecerá exactamente a la forma de onda de flauta de la figura 18.18b porque usted simplifica al ignorar los términos coseno; no obstante, produce la misma sensación a la audición humana.

Problemas adicionales

● **Problema de repaso.** El extremo superior de una cuerda de un yo-yo se mantiene en reposo. De hecho el yo-yo es más pesado que la cuerda. Parte del reposo y se mueve hacia abajo con aceleración constante de 0.800 m/s^2 mientras se desenrolla de la cuerda. El roce de la cuerda contra el borde del yo-yo excita vibraciones de onda estacionaria transversales en la cuerda. Ambos extremos de la cuerda son nodos incluso cuando la longitud de la cuerda aumenta. Considere el instante 1.20 s después de que comienza el movimiento. a) Demuestre que la relación de cambio con el tiempo de la longitud de onda del modo fundamental de oscilación es 1.92 m/s. b) **¿Qué pasaría si?** ¿La relación de cambio de la longitud de onda del segundo armónico también es 1.92 m/s en este momento? Explique su respuesta. c) **¿Qué pasaría si?** El experimento se repite después de agregar más masa al cuerpo del yo-yo. La distribución de masa se mantiene igual de modo que el yo-yo todavía se mueve con aceleración hacia abajo de 0.800 m/s^2. En el punto 1.20 s, ¿la relación de cambio de la longitud de onda fundamental de la cuerda en vibración aún es igual a 1.92 m/s? Explique. ¿La relación de cambio de la longitud de onda del segundo armónico es la misma que en el inciso b)? Explique.

● Una bocina enfrente de una habitación y una bocina idéntica en la parte trasera de la habitación se activan mediante el mismo oscilador a 456 Hz. Una estudiante camina con una relación uniforme de 1.50 m/s a lo largo de la longitud de la habitación. Escucha un solo tono, que alternativamente es más fuerte y más débil. a) Modele estas variaciones como batimientos entre los sonidos con el corrimiento Doppler que la estudiante recibe. Calcule el número de batimientos que escucha la estudiante cada segundo. b) **¿Qué pasaría si?** Modele las dos bocinas como productoras de una onda estacionaria en la habitación y a la estudiante como si caminara entre antinodos. Calcule el número de máximos de intensidad que la estudiante escucha cada segundo. c) Explique cómo se comparan mutuamente las respuestas a los incisos a) y b).

Cuando se golpea la barra de madera que reproduce un tono, en una marimba (figura P18.51), vibra en una onda estacionaria transversal que tiene tres antinodos y dos nodos. La nota de frecuencia más baja es 87.0 Hz, producida por la barra de 40.0 cm de largo. a) Encuentre la rapidez de las ondas transversales sobre la barra. b) Un tubo resonante suspendido verticalmente bajo el centro de la barra aumenta la sonoridad del sonido emitido. Si el tubo está abierto sólo en el extremo superior y la rapidez del sonido en el aire es de 340 m/s, ¿cuál es la longitud del tubo requerida para resonar con la barra en el inciso a)?

Figura P18.51 Intérpretes de marimba en la ciudad de México.

Una cuerda de nylon tiene 5.50 g de masa y 86.0 cm de longitud. Un extremo se amarra al suelo y el otro a un pequeño imán, con una masa despreciable comparada con la cuerda. Un campo magnético (que se estudiará en el capítulo 29) ejerce una fuerza hacia arriba de 1.30 N en el imán en cualquier parte donde se ubique éste. En equilibrio, la cuerda es vertical y sin movimiento, con el imán en la parte superior. Cuando transporta una onda de amplitud pequeña, puede suponer que la cuerda siempre está bajo tensión uniforme de 1.30 N.

a) Hallar la rapidez de las ondas transversales en la cuerda. b) Las posibilidades de vibración de la cuerda son un conjunto de estados de onda estacionaria, cada uno con un nodo en el extremo inferior fijo y un antinodo en el extremo superior libre. Encuentre las distancias nodo–antinodo para cada uno de los tres estados más simples. c) Encuentre la frecuencia de cada uno de estos estados.

Dos silbatos de tren tienen frecuencias idénticas de 180 Hz. Cuando un tren está en reposo en la estación y el otro se mueve cerca, un viajante que está de pie en la plataforma de la estación escucha batimientos con una frecuencia de 2.00 batimientos/s, cuando los silbatos funcionan juntos. ¿Cuáles son las dos posibles magnitudes de velocidad y direcciones que puede tener el tren en movimiento?

54. Una cuerda fija en ambos extremos y que tiene una masa de 4.80 g, una longitud de 2.00 m y una tensión de 48.0 N, vibra en su segundo modo normal ($n = 2$). ¿Cuál es la longitud de onda en el aire del sonido emitido por esta cuerda oscilante?

Dos alambres se sueldan juntos por los extremos. Los alambres están hechos del mismo material, pero el diámetro de uno tiene el doble del otro. Ambos están sujetos a una tensión de 4.60 N. El alambre delgado tiene una longitud de 40.0 cm y una densidad de masa lineal de 2.00 g/m. La combinación está fija en ambos extremos y vibra en tal forma que los dos antinodos están presentes, con el nodo entre ellos precisamente en la soldadura. a) ¿Cuál es la frecuencia de vibración? b) ¿Cuál es la longitud del alambre grueso?

Una cuerda con 1.60 g/m de densidad lineal se estira entre dos tornillos de banco separados 48.0 cm. La cuerda no se estira apreciablemente mientras la tensión en él se eleva de manera estable de 15.0 N en $t = 0$ a 25.0 N en $t = 3.50$ s. Por lo tanto, la tensión como función del tiempo se conoce por la expresión $T = 15.0\text{ N} + (10.0\text{ N})t/3.50\text{ s}$. La cuerda vibra en su modo fundamental a lo largo de este proceso. Encuentre el número de oscilaciones que completa durante el intervalo de 3.50 s.

Se establece una onda estacionaria en una cuerda de longitud y tensión variables por medio de un vibrador de frecuencia variable. Ambos extremos de la cuerda están fijos. Cuando el vibrador tiene una frecuencia f, en una cuerda de longitud L y bajo tensión T, se establecen n antinodos en la cuerda. a) Si la longitud de la cuerda se duplica, ¿en qué factor cambiará la frecuencia de modo que se produzca el mismo número de antinodos? b) Si la frecuencia y longitud se mantienen constantes, ¿qué tensión producirá $n + 1$ antinodos? c) Si la frecuencia se triplica y la longitud de la cuerda se acorta a la mitad, ¿en qué factor cambiará la tensión de modo que se produzca el doble de antinodos?

Problema de repaso. Para el arreglo que se muestra en la figura P18.58, $\theta = 30.0°$, el plano inclinado y la pequeña polea no tienen fricción, la cuerda soporta el objeto de masa M en el fondo del plano y la cuerda tiene masa m que es pequeña comparada con M. El sistema está en equilibrio y la parte vertical de la cuerda tiene una longitud h. En la sección vertical de la cuerda se establecen ondas estacionarias. a) Encuentre la tensión en la cuerda. b) Modele la forma de la cuerda como un cateto y la hipotenusa de un triángulo rectángulo. Encuentre la longitud total de la cuerda. c) Localice la masa por unidad de longitud de la cuerda. d) Encuentre la rapidez de las ondas en la cuerda. e) Halle la frecuencia más baja para una onda estacionaria. f) Encuentre el periodo de la onda estacionaria que tiene tres nodos. g) Ubique la longitud de onda de la onda estacionaria que tiene tres nodos. h) Encuentre la frecuencia de los batimientos resultantes de la interferencia de la onda sonora de frecuencia más baja, generada por la cuerda, con otra onda sonora que tenga una frecuencia que es 2.00% mayor.

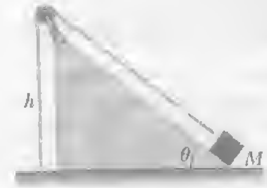


Figura P18.58

Dos ondas se describen mediante las funciones de onda

$$y_1(x, t) = (5.0\text{ m})\text{ sen }(2.0x - 10t)$$

$$y_2(x, t) = (10\text{ m})\cos(2.0x - 10t)$$

donde y_1, y_2 y x están en metros y t en segundos. Demuestre que la onda resultante a partir de su sobreposición también es sinusoidal. Determine la amplitud y fase de esta onda sinusoidal.

60. Un reloj de cuarzo contiene un oscilador de cristal en forma de bloque de cuarzo que vibra mediante contracción y expansión. Dos caras opuestas del bloque, separadas 7.05 mm, son antinodos, y se mueven de manera alterna acercándose y alejándose mutuamente. El plano a la mitad entre estas dos caras es un nodo de la vibración. La rapidez del sonido en el cuarzo es de 3.70 km/s. Encuentre la frecuencia de la vibración. Un voltaje eléctrico oscilatorio acompaña la oscilación mecánica; el cuarzo se describe como *piezoeléctrico*. Un circuito eléctrico alimenta energía para mantener la oscilación y también cuenta los pulsos de voltaje para mantener el tiempo.

Problema de repaso. Un objeto de 12.0 kg cuelga en equilibrio de una cuerda con una longitud total de $L = 5.00$ m y una densidad de masa lineal $\mu = 0.001\ 00$ kg/m. La cuerda se enrolla alrededor de dos poleas ligeras sin fricción separadas una distancia $d = 2.00$ m (figura P18.61a). a) Determine la tensión en la cuerda. b) ¿A qué frecuencia debe vibrar la cuerda entre las poleas para formar el patrón de onda estacionaria que se muestra en la figura P18.61b?

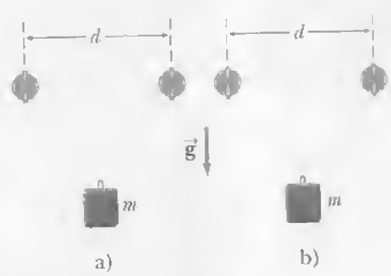


Figura P18.61

Respuestas a las preguntas rápidas

18.1 c). Los pulsos se cancelan mutuamente por completo en términos del desplazamiento de los elementos de la cuerda desde el equilibrio, pero la cuerda aún se mueve. Poco tiempo después, la cuerda se desplazará una vez más y los pulsos habrán pasado uno sobre el otro.

18.2 i), a). El patrón que se muestra en la parte inferior de la figura 18.8a corresponde a la posición extrema de la cuerda. Todos los elementos de la cuerda momentáneamente llegan al reposo. ii), d). Cerca de un punto nodal, los elementos en un lado del punto se mueven hacia arriba en este instante y los elementos en el otro lado se mueven hacia abajo.

18.3 d). La opción a) es incorrecta porque el número de nodos es uno más que el número de antinodos. La opción b) sólo es verdadera para la mitad de los modos; no es verdadera para cualquier modo de número impar. La opción c) sería correcta si se sustituye la palabra *nodos* por *antinodos*.

18.4 b). Con ambos extremos abiertos, el tubo tiene una frecuencia fundamental conocida por la ecuación 18.8: $f_{\text{abierto}} = v/2L$. Con un extremo cerrado, el tubo tiene una frecuencia fundamental conocida por la ecuación 18.9:

$$f_{\text{cerrado}} = \frac{v}{4L} = \frac{1}{2}\frac{v}{2L} = \frac{1}{2}f_{\text{abierto}}$$

18.5 c). El aumento en la temperatura hace que la rapidez del sonido suba. De acuerdo con la ecuación 18.8, el resultado es un aumento en la frecuencia fundamental de un tubo del órgano.